

# فصل دوم: الکتريستهی ساکن

## پاسخ‌های تشریحی

۱- گزینه‌ی ۲) آزمایش‌هایی که انجام شده‌اند نشان می‌دهند که در مالش میله‌ی شیشه‌ای با پارچه‌ی ابریشمی یا نخی، تعدادی الکترون از میله‌ی شیشه‌ای جدا شده و به پارچه‌ی ابریشمی منتقل می‌شوند، پس هر دو جسم باردار شده و میله‌ی شیشه‌ای بار مثبت و در مقابل پارچه‌ی ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

۲- گزینه‌ی ۱) برای تعیین تعداد الکترون‌های مبادله شده بین دو جسم A و B، از رابطه‌ی  $q = \pm ne$  استفاده می‌کنیم:

$$q = \pm ne \Rightarrow +32 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{32 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{14}$$

۳- گزینه‌ی ۳) کوانتیده بودن بار الکتریکی به ما می‌گوید که همواره باید تعداد صحیحی الکترون (بار پایه) بین اجسام جابه‌جا شود و هرگز مقادیر کسری یا اعشاری برای تعداد الکترون‌ها قابل قبول نیست. با توجه به رابطه‌ی  $q = \pm ne$  تعداد الکترون‌های انتقال یافته برای ایجاد هر یک از این بارهای الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$q_1 = 4/8 \times 10^{-18} = n_1 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n_1 = \frac{4/8 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10 = 30 \quad \checkmark$$

$$q_2 = 3 \times 10^{-18} = n_2 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n_2 = \frac{3 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1/875 \times 10 = 18/75 \quad \times$$

$$q_3 = 0.64 \times 10^{-18} = n_3 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n_3 = \frac{0.64 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4 \quad \checkmark$$

از مقادیر به دست آمده برای  $n_1$  و  $n_2$  و  $n_3$  به این نتیجه می‌رسیم که  $n_3 < n_1$  است و با توجه به مقدار اعشاری به دست آمده برای  $n_2$  می‌فهمیم که ایجاد بار  $q_2$  امکان‌پذیر نیست.

۴- گزینه‌ی ۴) این دو کره‌ی فلزی مشابه و هم‌اندازه، پس از تماس با یکدیگر به تعادل الکتریکی می‌رسند و در این شرایط بار الکتریکی ثانویه‌ی دو جسم یکسان و برابر می‌شود، یعنی  $q'_1 = q'_2$ . با استفاده از قانون پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار الکتریکی هر کره‌ی فلزی را پس از تماس به دست می‌آوریم:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \Rightarrow (-18/2) + (6/2) = q'_1 + q'_1 \Rightarrow -12 = 2q'_1 \Rightarrow q'_1 = -\frac{12}{2} = -6 \mu C = q'_2$$

۵- گزینه‌ی ۲) در ابتدا میله‌ی باردار مثبت، در کره‌ی رسانای A بار  $80 \text{ nC}$  و در کره‌ی رسانای C بار  $80 \text{ nC}$  القا می‌کند و کره‌ی رسانای B بدون بار الکتریکی خواهد ماند. اگر در این شرایط به طور همزمان سه کره را از هم جدا کنیم، بارهای الکتریکی القا شده در آن‌ها باقی می‌ماند و پس از آن، تماس بین کره‌ها سبب تقسیم بار بین آن‌ها می‌شود. در تماس اول بین کره‌ی رسانای باردار A و کره‌ی رسانای خنثی B، بار الکتریکی ثانویه‌ی ایجاد شده در آن‌ها یکسان بوده که از قانون پایستگی بار الکتریکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q'_A = q'_B$$

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow (-80) + (0) = q'_A + q'_A \Rightarrow q'_A = \frac{-80}{2} = -40 \text{ nC} = q'_B$$

در تماس دوم بین کره‌ی رسانای باردار C و کره‌ی رسانای باردار شده‌ی B پس از تماس اول، بار الکتریکی ثانویه‌ی دیگری ایجاد شده که در دو کره یکسان است و با استفاده از قانون پایستگی بار الکتریکی به دست می‌آید:

$$q'_C = q'_B$$

$$q_C + q'_B = q'_C + q'_B \Rightarrow (+80) + (-40) = q'_B + q'_B \Rightarrow q'_B = \frac{+40}{2} = +20 \text{ nC} = q'_C$$

بنابراین پس از این دو تماس ایجاد شده بین کره‌های رسانای مشابه A، B و C، در نهایت در کره‌ی B بار الکتریکی  $+20 \text{ nC}$  ایجاد می‌شود.

**۱۲** وقتی می‌گوییم جسمی باردار است یعنی دارای بار الکتریکی خالص است و تعداد الکترون‌ها و تعداد پروتون‌های آن با هم برابر نیست. اما وقتی می‌گوییم جسمی خنثی است، یعنی بار الکتریکی خالص آن صفر می‌باشد و این هرگز به معنای عدم وجود الکترون و پروتون در آن جسم نیست. هرگاه جسم بارداری را به یک جسم خنثی نزدیک کنیم، بار الکتریکی مورد نظر با ایجاد ربایش یا رانش الکتریکی با الکترون‌ها یا پروتون‌های جسم خنثی سبب جدا شدن مرکز موثر بارهای مثبت و منفی جسم از یکدیگر شده و در اصطلاح ذرات جسم خنثی را قطبیده می‌نامند. در هنگام قطبیدگی مولکول‌ها و ذرات یک جسم خنثی، طرف نزدیک‌تر جسم با نیروی ربایش بیشتری نسبت به طرف دورتر جسم که با نیروی رانشی دفع می‌شود، جذب جسم باردار می‌شود. به گونه‌ای که برآیند این دو نیروی ربایشی و رانشی به صورت جاذبه و ربایش ظاهر شده و جسم خنثی مورد نظر به سمت جسم باردار کشیده و جذب می‌شود. پس می‌توان گفت جسم باردار A به الکترون‌ها و پروتون‌های جسم B نیروی الکتروستاتیکی ربایشی یا رانشی وارد می‌کند که برآیند آن‌ها به صورت ربایشی ظاهر می‌شود.

**۱۳** اجسام باردار با قطبیده کردن ذرات و مولکول‌های جسم‌های بدون بار و ایجاد نیروهای ربایشی یا رانشی با الکترون‌ها یا پروتون‌های جسم خنثی سبب جذب و ربایش آن‌ها می‌شوند. پس یک جسم باردار و یک جسم خنثی همواره یکدیگر را می‌ربایند.

**۱۴** هنگامی که دو جسم به هم نیروی الکتروستاتیکی همنام (یعنی مثبت) می‌شوند، یعنی بار الکتریکی آن‌ها همنام می‌باشد. این نتیجه‌ها به شکل هندسی و جنس اجسام رسانا بستگی نداشته و برای هر دو جسم رسانای دلخواهی برقرار است، پس می‌توانیم بگوییم که اندازه‌ی بار الکتریکی القا شده در هر دو جسم رسانای A و B یکسان است.

**۱۵** هنگام حضور میله‌ی دارای بار منفی، در کره‌ی A بار مثبت و در کره‌ی C بار منفی القا شده و در کره‌ی میانی B هیچ باری القا و ظاهر نشده و همچنان خنثی باقی می‌ماند. بارهای الکتریکی مثبت القا شده در کره‌ی A تحت جاذبه‌ی بارهای منفی میله‌ی باردار، ثابت و مقید شده‌اند و بارهای الکتریکی منفی القا شده در کره‌ی C تحت دافعه‌ی بارهای منفی میله‌ی باردار، ثابت و مقید شده‌اند، یعنی این بارهای الکتریکی مثبت و منفی راهی برای حرکت و جابه‌جایی ندارند.

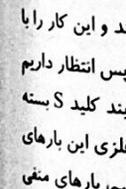
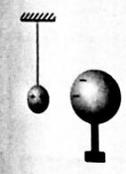
حال اگر کره‌ی خنثی و میانی B را از کره‌های باردار شده‌ی A و C جدا کنیم، بدون هیچ باری از آن‌ها جدا شده و خنثی باقی می‌ماند. اکنون با دور کردن میله‌ی باردار منفی از مجموعه‌ی کره‌ها در کره‌ی A بار مثبت القا شده و در کره‌ی C بار منفی القا شده و در تمام سطح رسانا توزیع و پخش می‌شود.

**۱۶** جسم A و B یکدیگر را می‌ربایند، بنابراین قطعاً یکی از آن‌ها باردار است. جسم B و C یکدیگر را می‌رانند. بنابراین قطعاً هر دو باردار و دارای بار همنام هستند. در این صورت جسم B قطعاً باردار است و جسم A ممکن است باردار یا بدون بار باشد.

**۱۷** انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ کم شده است. بنابراین باید بارهای ورقه‌های الکتروسکوپ کم شده باشد. چگونه ممکن است چنین چیزی رخ دهد؟ باید بار ورقه‌های الکتروسکوپ منفی باشد تا وقتی که میله با بار مثبت را به آرامی به کلاهک نزدیک می‌کنیم، بارهای منفی ورقه‌ها را به سوی خود کشیده و انحراف ورقه‌ها کم‌تر شود.

**۱۸** چون در ابتدا ورقه‌های الکتروسکوپ بسته شده‌اند به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی مثبت میله با ایجاد جاذبه‌ی الکتریکی سبب ربایش بارهای الکتریکی الکتروسکوپ به سمت کلاهک آن شده و در نتیجه تراکم بارهای الکتریکی روی تیغه‌ها کاهش یافته است. به دلیل این که نیروی الکتریکی ربایشی بوده و بار الکتریکی میله از نوع مثبت می‌باشد به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی الکتروسکوپ از نوع منفی بوده است. لازم به ذکر است که در این‌جا اندازه‌ی بار الکتریکی مثبت میله بسیار زیاد بوده که نه تنها تمام بارهای منفی تیغه‌های الکتروسکوپ را خنثی کرده و به سمت کلاهک آن کشانده است، بلکه با ایجاد القای بار الکتریکی مضاعف روی کلاهک و تیغه‌های الکتروسکوپ، روی تیغه‌ها بار مثبت القا کرده و سبب باز شدن مجدد آن شده است.

**۱۹** هنگامی که ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌باشند نشان دهنده‌ی باردار بودن الکتروسکوپ می‌باشد. چنانچه انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ افزایش یابد بیانگر افزایش تراکم بار الکتریکی روی الکتروسکوپ و از جمله ورقه‌های آن است. در این‌جا میله‌ی را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ بارداری بدون آن که تماسی ایجاد شود، نزدیک نموده‌ایم و شاهد افزایش انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ هستیم، پس نتیجه می‌گیریم که میله‌ی مورد نظر دارای بار الکتریکی بوده و توانسته با ایجاد القای بار الکتریکی این اثر را در الکتروسکوپ ایجاد کند. چون انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیش‌تر شده به این نتیجه می‌رسیم که تراکم بارهای الکتریکی روی ورقه‌های آن افزایش یافته و این مقدور نمی‌باشد مگر با انتقال و رانش بارهای الکتریکی کلاهک آن به سمت تیغه‌های الکتروسکوپ، یعنی بارهای الکتریکی میله‌ی باردار، بارهای الکتریکی کلاهک الکتروسکوپ را به سمت ورقه‌های آن دفع نموده‌اند و بار الکتریکی میله با بار الکتریکی الکتروسکوپ الزاماً همنام است.



**۱۴** با بسته شدن کلید K بین رسانای دارای بار الکتریکی مثبت و کره‌ی فلزی خنثی B تماس حاصل شده و مقداری از بار الکتریکی مثبت جسم به کره‌ی B منتقل می‌شود. حال بار مثبت ایجاد شده در کره‌ی B در طرفین کره‌ی فلزی خنثی و سبک A بارهای الکتریکی منفی و مثبت القا می‌کند که حاصل برهم‌کنش این بارهای القایی با بار مثبت کره‌ی B به صورت ربایش ظاهر می‌شود. پس در گام اول کره‌ی رسانای A به سوی کره‌ی رسانای B جذب و کشیده می‌شود. اگر در حین این فرآیند تماسی بین این دو کره حاصل شود، مقداری از بار مثبت کره‌ی B به کره‌ی A منتقل شده و هر دو کره دارای بار مثبت شده و به دلیل رانش بین بارهای همنام انتظار داریم کره‌ی A از کره‌ی B دور شود.

**۱۵** صورت سؤال، بیان القای بار الکتریکی در دو جسم رسانا با استفاده از یک جسم باردار اولیه است. نتیجه‌های القای بار الکتریکی با این روش این است که:

هر دو جسم رسانا باردار می‌شوند. بار الکتریکی آن‌ها هم‌اندازه است. جسم رسانای نزدیک‌تر (در این‌جا جسم A) دارای بار الکتریکی ناهمنام (یعنی منفی) و جسم رسانای دورتر (در این‌جا جسم B) دارای بار الکتریکی همنام (یعنی مثبت) می‌شود، یعنی بار الکتریکی آن‌ها ناهمنام می‌باشد. این نتیجه‌ها به شکل هندسی و جنس اجسام رسانا بستگی نداشته و برای هر دو جسم رسانای دلخواهی برقرار است، پس می‌توانیم بگوییم که اندازه‌ی بار الکتریکی القا شده در هر دو جسم رسانای A و B یکسان است.

**۱۶** هنگام حضور میله‌ی دارای بار منفی، در کره‌ی A بار مثبت و در کره‌ی C بار منفی القا شده و در کره‌ی میانی B هیچ باری القا و ظاهر نشده و همچنان خنثی باقی می‌ماند. بارهای الکتریکی مثبت القا شده در کره‌ی A تحت جاذبه‌ی بارهای منفی میله‌ی باردار، ثابت و مقید شده‌اند و بارهای الکتریکی منفی القا شده در کره‌ی C تحت دافعه‌ی بارهای منفی میله‌ی باردار، ثابت و مقید شده‌اند، یعنی این بارهای الکتریکی مثبت و منفی راهی برای حرکت و جابه‌جایی ندارند.

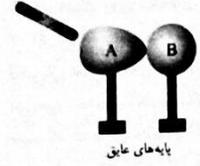
حال اگر کره‌ی خنثی و میانی B را از کره‌های باردار شده‌ی A و C جدا کنیم، بدون هیچ باری از آن‌ها جدا شده و خنثی باقی می‌ماند. اکنون با دور کردن میله‌ی باردار منفی از مجموعه‌ی کره‌ها در کره‌ی A بار مثبت القا شده و در کره‌ی C بار منفی القا شده و در تمام سطح رسانا توزیع و پخش می‌شود.

**۱۷** جسم A و B یکدیگر را می‌ربایند، بنابراین قطعاً یکی از آن‌ها باردار است. جسم B و C یکدیگر را می‌رانند. بنابراین قطعاً هر دو باردار و دارای بار همنام هستند. در این صورت جسم B قطعاً باردار است و جسم A ممکن است باردار یا بدون بار باشد.

**۱۸** انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ کم شده است. بنابراین باید بارهای ورقه‌های الکتروسکوپ کم شده باشد. چگونه ممکن است چنین چیزی رخ دهد؟ باید بار ورقه‌های الکتروسکوپ منفی باشد تا وقتی که میله با بار مثبت را به آرامی به کلاهک نزدیک می‌کنیم، بارهای منفی ورقه‌ها را به سوی خود کشیده و انحراف ورقه‌ها کم‌تر شود.

**۱۹** چون در ابتدا ورقه‌های الکتروسکوپ بسته شده‌اند به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی مثبت میله با ایجاد جاذبه‌ی الکتریکی سبب ربایش بارهای الکتریکی الکتروسکوپ به سمت کلاهک آن شده و در نتیجه تراکم بارهای الکتریکی روی تیغه‌ها کاهش یافته است. به دلیل این که نیروی الکتریکی ربایشی بوده و بار الکتریکی میله از نوع مثبت می‌باشد به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی الکتروسکوپ از نوع منفی بوده است. لازم به ذکر است که در این‌جا اندازه‌ی بار الکتریکی مثبت میله بسیار زیاد بوده که نه تنها تمام بارهای منفی تیغه‌های الکتروسکوپ را خنثی کرده و به سمت کلاهک آن کشانده است، بلکه با ایجاد القای بار الکتریکی مضاعف روی کلاهک و تیغه‌های الکتروسکوپ، روی تیغه‌ها بار مثبت القا کرده و سبب باز شدن مجدد آن شده است.

**۲۰** هنگامی که ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌باشند نشان دهنده‌ی باردار بودن الکتروسکوپ می‌باشد. چنانچه انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ افزایش یابد بیانگر افزایش تراکم بار الکتریکی روی الکتروسکوپ و از جمله ورقه‌های آن است. در این‌جا میله‌ی را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ بارداری بدون آن که تماسی ایجاد شود، نزدیک نموده‌ایم و شاهد افزایش انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ هستیم، پس نتیجه می‌گیریم که میله‌ی مورد نظر دارای بار الکتریکی بوده و توانسته با ایجاد القای بار الکتریکی این اثر را در الکتروسکوپ ایجاد کند. چون انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیش‌تر شده به این نتیجه می‌رسیم که تراکم بارهای الکتریکی روی ورقه‌های آن افزایش یافته و این مقدور نمی‌باشد مگر با انتقال و رانش بارهای الکتریکی کلاهک آن به سمت تیغه‌های الکتروسکوپ، یعنی بارهای الکتریکی میله‌ی باردار، بارهای الکتریکی کلاهک الکتروسکوپ را به سمت ورقه‌های آن دفع نموده‌اند و بار الکتریکی میله با بار الکتریکی الکتروسکوپ الزاماً همنام است.



پایه‌های عایق

۱۱. مبله رسانای دارای بار منفی با نزدیک شدن به کلاهک الکتروسکوپ دارای بار الکتریکی مثبت می‌تواند سه اثر زیر را به نمایش بگذارد:

۱- اگر مقدار بار الکتریکی مبله معمولی و یا فاصله‌ی مبله تا کلاهک الکتروسکوپ، زیاد باشد، نیروی جاذبه‌ی بین بارهای الکتریکی منفی مبله و مثبت الکتروسکوپ سبب جذب و کشیده شدن بارهای مثبت الکتروسکوپ به سمت کلاهک آن شده و در نتیجه ترازم بارهای مثبت روی تیفه‌های الکتروسکوپ کاهش یافته و فاصله‌ی تیفه‌ها از هم کم می‌شود.

۲- اگر مقدار بار الکتریکی مبله اندکی بیش از معمول و یا فاصله‌ی مبله تا کلاهک الکتروسکوپ فاصله‌ی متعارفی باشد، نیروی جاذبه‌ی گفته شده قادر خواهد بود تمامی بارهای مثبت روی تیفه‌های الکتروسکوپ را به سمت کلاهک آن بیاورد و در نتیجه ترازم بارهای مثبت روی تیفه‌های الکتروسکوپ به صفر کاهش یابد، یعنی تیفه‌های الکتروسکوپ بیفتند و به هم بچسبند.

۳- اگر بار الکتریکی مبله مقداری بزرگ و قابل توجه باشد و یا فاصله‌ی مبله تا کلاهک الکتروسکوپ مقدار بسیار کمی باشد، بار الکتریکی منفی مبله رسانا نه تنها تمام بارهای الکتریکی مثبت الکتروسکوپ را به سمت کلاهک آن می‌کشد و سبب بسته شدن تدریجی تیفه‌های الکتروسکوپ می‌شود، بلکه این بار منفی با ایجاد القای بار الکتریکی مضاعف روی الکتروسکوپ باعث پدیدایش بار مثبت اضافه روی کلاهک الکتروسکوپ و بار منفی روی تیفه‌های آن می‌شود و در نتیجه تیفه‌های بسته‌ی الکتروسکوپ دوباره، بار شده و از هم فاصله می‌گیرند.

۱۲. مبله رسانایی که در دست ما است از لحاظ الکتریکی خنثی می‌باشد. هنگامی که یک سر این مبله را به کلاهک الکتروسکوپی که باردار است و ورقه‌های آن باز می‌باشند نزدیک می‌کنیم، بار الکتریکی موجود در کلاهک الکتروسکوپ در سر نزدیک مبله رسانا به خود، القای بار الکتریکی ناهمنام یک‌دیگر را جذب می‌کند. این اثر سبب می‌شود که بارهای القا شده در سر نزدیک مبله رسانا به کلاهک با ایجاد ربایش باعث انتقال و کشش بارهای الکتروسکوپ به سمت کلاهک آن شوند و در نتیجه ترازم بارهای الکتریکی روی ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش یابد که این امر همراه با کاهش انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ است.

۱۳. در قانون کولن  $(F = \frac{kq_1q_2}{r^2})$ ، یکای بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  بر حسب کولن (C)، یکای فاصله‌ی  $r$  بر حسب متر (m) و یکای نیروی الکتریکی  $F$  بر حسب نیوتون (N) است که در این صورت باید یکای  $k$  در SI،  $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$  باشد تا طرفین این رابطه دارای تطابق یکا باشند.

۱۴. ثابت قانون کولن ( $k$ ) بر حسب ثابت گذردهی الکتریکی خلأ ( $\epsilon_0$ )، به صورت  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  تعریف شده است. توجه به این که ضریب  $\frac{1}{4\pi}$  عددی مشخص و بدون یکا می‌باشد، به این نتیجه می‌رسیم که یکای  $\epsilon_0$  باید معکوس یکای  $k$   $(\frac{N \cdot m^2}{C^2})$  باشد. پس یکای  $\epsilon_0$ ،  $\frac{C^2}{N \cdot m^2}$  می‌باشد.

۱۵. نیروی الکتریکی که بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای وجود دارد مانند تمام نیروهای دیگر از قانون سوم نیوتون (عمل و عکس‌العمل) تبعیت می‌کند، یعنی نیرویی که بار  $q_1$  به بار  $q_2$  وارد می‌کند ( $\vec{F}_{12}$ ) هم‌اندازه اما خلاف جهت نیرویی است که بار  $q_2$  به بار  $q_1$  وارد می‌کند ( $\vec{F}_{21}$ ). پس انتظار داریم که نسبت اندازه‌ی این دو نیرو همواره برابر یک باشد و هرگز به نسبت اندازه‌ی دو بار الکتریکی بستگی نداشته باشد،  $\frac{F_{12}}{F_{21}} = 1$ .

۱۶. طبق قانون سوم نیوتون اندازه‌ی نیروی الکتریکی که این دو ذره‌ی باردار به هم وارد می‌کنند یکسان است ( $F = \frac{k(q_1q_2)}{r^2}$ ). پس دو ذره‌ی باردار با یک نیروی هم‌اندازه شتاب می‌گیرند. با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازه‌ی شتاب یک جسم با اندازه‌ی نیروی وارد بر آن رابطه‌ی مستقیم و با جرم آن رابطه‌ی عکس دارد پس نتیجه می‌گیریم که شتاب ذره‌ی A، دو برابر شتاب ذره‌ی B خواهد بود.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{F}{m_A} = \frac{F}{m} = \frac{F \times 2m}{F \times m} = 2$$

$$F_A = F_B = F, m_A = m, m_B = 2m$$

۱۷. هنگامی که این دو کره‌ی رسانا را به هم تماس می‌دهیم، الکترون‌ها و بار الکتریکی بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود تا دو کره‌ی رسانا به تعادل الکتریکی برسند و در اصطلاح هم‌پتانسیل شوند. پس در همین‌جا گزینه‌ی (۳) که نیروی قبل از تماس را نشان می‌دهد حذف می‌شود. با توجه به قانون پایستگی بار الکتریکی انتظار داریم (جدا از آن که بارهای الکتریکی اولیه‌ی هر دو کره‌ی رسانا همنام و مثبت هستند) پس از تماس دو کره‌ی رسانا با یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها همنام باشند و بین آن‌ها نیروی رانشی الکتریکی ایجاد شود. لازم به ذکر است که بگوییم که اگر دو رسانای باردار را با هم تماس دهیم، غیر ممکن است که در آن‌ها بار الکتریکی ناهمنام ایجاد شود.

۱۸. چون بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  ناهمنام می‌باشند، پس نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند از نوع جاذبه است. اندازه‌ی این نیروی الکتریکی را با توجه به قانون کولن به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = \frac{72 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{-2}} = 2 \text{ N}$$

۱۹. بین این دو بار الکتریکی ناهمنام، نیروی جاذبه‌ی الکتریکی وجود دارد. در شکل زیر نیروی جاذبه‌ی الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  از سوی بار الکتریکی  $q_1$  نشان داده شده است. با توجه به شکل فاصله‌ی بین این دو بار نقطه‌ای برابر خواهد شد با:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی این نیرو از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times (10 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(5 \times 10^{-2})^2} = \frac{450 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-2}} = 18 \text{ N}$$

برای تعیین بردار نیروی  $\vec{F}$  بر حسب بردارهای یکدی  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  این بردار را در یک صفحه‌ی  $xy$  دیگر رسم و به مؤلفه‌های افقی و عمودی آن تجزیه می‌کنیم:

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3}{5}$$

$\vec{F}_x$  و  $\vec{F}_y$  در جهت منفی محورهای  $x$  و  $y$  هستند.

$$\begin{cases} F_x = -F \cos \alpha = -18 \times \frac{4}{5} = -14.4 \text{ N} \\ F_y = -F \sin \alpha = -18 \times \frac{3}{5} = -10.8 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \Rightarrow \vec{F} = -14.4 \vec{i} - 10.8 \vec{j} \text{ (N)}$$

۲۰. قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \frac{q_1' q_2'}{r'^2}}{k \frac{q_1 q_2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{q_1'}{q_1}\right) \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{100} \times \frac{r^2}{r'^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{100} \times \frac{r^2}{r'^2} \Rightarrow F' = 25 \text{ N}$$

۲۱. قانون کولن را در هر دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$q_1' = \frac{1}{2} q_1, q_2' = q_2, r' = \frac{1}{2} r$$

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{q_1'}{q_1}\right) \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

۲۲. نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = k \times \frac{-2 \times 2}{r^2} = -k \frac{4}{r^2}$$

در حالت دوم، نصف بار یکی از کره‌ها را به دیگری منتقل کرده‌ایم، در این صورت اگر نصف بار  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  یعنی  $q_1 = 1 \mu\text{C}$  را به

$$\begin{cases} q_1' = 2 - 1 = 1 \mu\text{C} \\ q_2' = -2 + (1) = -1 \mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow F' = k \times \frac{-1 \times 1}{r^2} = -k \frac{1}{r^2}$$

در این صورت  $F' = F$  می‌شود و خواهیم داشت:  $\frac{F'}{F} = 1$

۳۲ گزینشی ۲) نیروی بین دو بار الکتریکی را در حالت اول و حالت دوم به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم تا  $q$  اولیه به دست آید.

$$q_1 = q_2 \rightarrow \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2} \rightarrow F = k \frac{q^2}{r^2}$$

$$q_1 = q_2 = q + \tau \rightarrow \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q(q+\tau)^2}{r^2} \rightarrow F = k \frac{q(q+\tau)^2}{r^2}$$

$$\frac{q^2}{r^2} = \frac{q(q+\tau)^2}{r^2} \rightarrow \frac{q}{q+\tau} = \frac{q+\tau}{q} \rightarrow q^2 = (q+\tau)^2 \rightarrow q = q+\tau \rightarrow \tau = 0$$

۳۳ گزینشی ۱) با توجه به داده‌های مسأله و بنا بر قانون کولن خواهیم داشت:

$$F = F + 750 = \frac{F}{r} F, \quad q_1' = q_1 - \frac{20}{100} q_1, \quad q_2' = q_2 + \frac{20}{100} q_2$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow F = k \frac{(A)q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k \frac{q_1' q_2'}{r^2} \rightarrow F' = k \frac{(6)(q_1 + q_2)}{r^2}$$

$$\frac{F}{F} = \frac{Aq_1 q_2}{F} \rightarrow \frac{F}{F} = \frac{F}{F} \left( \frac{q_1}{q_1 + q_2} \right) \left( \frac{q_2}{q_1 + q_2} \right) \Rightarrow 2q_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q_2 = q_1 = 2\mu C$$

۳۴ گزینشی ۲) به مثبت بودن بارها دقت کنید. فرض می‌کنیم باری که از یکی از این دو بار نقطه‌ای مثبت برداشته و به دیگری اضافه کرده‌ایم،  $q$  است. پس بارهای الکتریکی ثانویه‌ی این دو بار نقطه‌ای  $q_1' = q - q$  و  $q_2' = q + q$  خواهد شد. نسبت نیروهای الکتریکی بین این دو بار را در دو حالت می‌نویسیم:

$$\frac{F}{F} = \frac{(q_1')^2}{q_1^2} \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{96} = \frac{(q-q)^2}{q^2} \times \left(\frac{q+q}{q}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{96} = \frac{q^2 - q^2}{q^2} \Rightarrow \frac{1}{96} = \frac{q^2 - q^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{1}{96} q^2 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt{96}} q \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt{96}} q$$

مقدار بار  $q$ ، ۲۰ درصد اندازه‌ی یکی از بارهای الکتریکی بوده است.

۳۵ گزینشی ۲) قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم، توجه کنید که در این تغییرات، اندازه‌ی بارهای الکتریکی تغییر نکرده و تنها فاصله‌ی بین آن‌ها متغیر است:

$$q_1' = q_1, \quad q_2' = q_2, \quad F' = \frac{F}{r}$$

$$\frac{F}{F} = \frac{(q_1')^2}{q_1^2} \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{F} = 1 \times 1 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{r} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{r^2}{r'^2} \Rightarrow r' = \sqrt{r} = \sqrt{3}r$$

یعنی باید فاصله‌ی بین دو بار الکتریکی به اندازه‌ی  $(\sqrt{3}-1)r$  افزایش یابد، یعنی باید از هم دور شوند.

۳۶ گزینشی ۴) با نوشتن قانون کولن در دو حالت خواهیم داشت:

$$q_1 = q_1, \quad q_2' = q_2, \quad r = d, \quad F' = F + \frac{F}{100} = \frac{11F}{100}$$

$$\frac{F}{F} = \frac{(q_1')^2}{q_1^2} \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{11F}{F} = 1 \times 1 \times \left(\frac{d}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{11}{1} = \left(\frac{d}{r'}\right)^2 \Rightarrow r' = \frac{d}{\sqrt{11}} \Rightarrow \Delta r = r' - r = \frac{d}{\sqrt{11}} - d = -\frac{10}{11}d$$

فاصله‌ی بین دو بار را باید به اندازه‌ی  $\frac{10}{11}d$  کاهش دهیم.



۳۶ گزینشی ۲) راه‌حل اول، نیروی اولیه‌ی بین دو گلوله ریاضی است. در نتیجه بار آن‌ها در ابتدا ناهمنام است. پس از تماس آن دو با هم بار هر دو برابر می‌شود:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = +3\mu C \Rightarrow q_1 + q_2 = +6\mu C = 6 \times 10^{-6} C$$

از طرفی با توجه به فرض مسأله و قانون کولن خواهیم داشت:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow -4 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 q_2}{(4 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 q_2 = -4 \times 10^{-11} = -4 \times 10^{-12} C^2$$

با توجه به خاصیت معادله‌ی درجه‌ی دو می‌توان  $q_1$  و  $q_2$  را ریشه‌های یک معادله‌ی درجه ۲ دانست که حاصل ضرب دو ریشه  $-4 \times 10^{-12}$  و حاصل جمع آن‌ها  $+6 \times 10^{-6}$  شده است. اکنون می‌توان معادله را نوشت و حل کرد:

$$q^2 + 6 \times 10^{-6} q - 4 \times 10^{-12} = 0 \Rightarrow q = \frac{-6 \times 10^{-6} \pm \sqrt{36 \times 10^{-12} + 16 \times 10^{-12}}}{2}$$

$$\Rightarrow q = 2 \times 10^{-6} \pm 2 \times 10^{-6} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 1 \times 10^{-6} = +1 \mu C \\ q_2 = -4 \times 10^{-6} = -4 \mu C \end{cases}$$

راه‌حل دوم، در این روش با توجه به این که در فرض مسأله نیروی جاذبه  $4N$  است، داریم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow -4 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 q_2}{(4 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 q_2 = -4 \times 10^{-12} C^2$$

اکنون از گزینه‌ها کمک می‌گیریم، تنها گزینه‌ای که حاصل ضرب اعداد آن  $-4 \times 10^{-12}$  می‌شود، گزینه‌ی (۲) است. از طرفی تنها گزینه‌ای که میانگین اعداد آن نیز  $+3\mu C$  می‌شود، گزینه‌ی (۲) است.

۳۷ گزینشی ۱) چون دو کره‌ی فلزی یک‌دیگر را می‌رانند، دارای بارهای الکتریکی همنام می‌باشند که ما می‌توانیم آن‌ها را برابر  $q_1$  و  $q_2$  در نظر بگیریم. دو کره مشابه‌اند، پس بار الکتریکی آن‌ها پس از تماس برابر شده و طبق قانون پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

حال نسبت نیروهای الکتریکی در دو حالت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1 + q_2}{2} \times \frac{q_1 + q_2}{2} \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4q_1 q_2} = \frac{q_1^2 + q_2^2 + 2q_1 q_2}{4q_1 q_2}$$

به صورت کسر به دست آمده مقدار  $2q_1 q_2$  را اضافه و کم می‌کنیم سپس کسر به دست آمده را تفکیک می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1^2 + q_2^2 + 2q_1 q_2 + 2q_1 q_2 - 2q_1 q_2}{4q_1 q_2} = \frac{q_1^2 + q_2^2 - 2q_1 q_2}{4q_1 q_2} + 1 = \frac{(q_1 - q_2)^2}{4q_1 q_2} + 1$$

چون حاصل عبارت  $\frac{(q_1 - q_2)^2}{4q_1 q_2}$  همواره مثبت است، پس حاصل عبارت  $\frac{F_2}{F_1}$  همواره از یک بزرگ‌تر می‌باشد.

۳۸ گزینشی ۴) نوع بار دو کره مشخص نیست. طبق توضیحات پاسخ مسأله‌ی قبل اگر همنام باشند  $F_2 > F_1$  می‌شود و اگر ناهمنام باشند هر حالتی ممکن است رخ بدهد.

۳۹ گزینشی ۲) از قانون پایستگی بار الکتریکی خواهیم داشت:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' \Rightarrow (+\tau/2) + (-\tau/2) = q_1' + q_2' \Rightarrow 2q_1' = -\tau \Rightarrow q_1' = -\tau/2 = -3C = q_2'$$

برای محاسبه‌ی تعداد الکترون جابه‌جا شده بین این دو کره، ابتدا باید مقدار بار جابه‌جا شده بین آن‌ها را که با تغییرات بار الکتریکی هر یک از آن‌ها برابر است به دست آوریم و سپس از رابطه‌ی  $q = \pm ne$  استفاده کنیم:

$$\Delta q_1 = q_1' - q_1 = (-\tau/2) - (+\tau/2) = -\tau = -3C$$

$$\Delta q_1 = q = \pm ne \Rightarrow -\tau/2 = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{-\tau/2}{-1.6 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{19}$$

$$r = d, \quad r' = rd, \quad F = \tau/4\lambda, \quad F' = ?$$

نسبت نیروهای الکتریکی ثانویه و اولیه را می‌نویسیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{(q_1')^2}{q_1^2} \times \left(\frac{q_2'}{q_2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{-\tau/2}{\tau/2}\right)^2 \times \left(\frac{-\tau/2}{\tau/2}\right)^2 \times \left(\frac{d}{rd}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{r^2} = \frac{\tau/4\lambda}{1/2\tau} = 2N$$

دقت کنید در حالت اول نیرو جاذبه و در حالت دوم دافعه است.

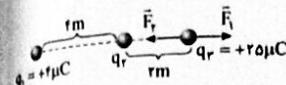
نیروی الکتریکی بین این دو کره فلزی باردار در دو حالت یکسان است، پس می‌توانیم نسبت اندازه‌ی این دو نیرو را نوشته و برابر یک قرار دهیم. از سوی دیگر طبق قانون پایستگی بار الکتریکی، بارهای الکتریکی ثانویه‌ی دو کره فلزی مشابه یکسان خواهد شد و داریم:

$$q_1 = 2\mu C, \quad q_2 = -18\mu C, \quad q'_1 = q'_2$$

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q'_1 + q'_1 = (+2) + (-18) \Rightarrow 2q'_1 = -16 \Rightarrow q'_1 = -8\mu C = q'_2$$

$$\frac{F}{F'} = \left(\frac{q_1}{q'_1}\right) \times \left(\frac{q_2}{q'_2}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow 1 = \left(\frac{2}{-8}\right) \times \left(\frac{-18}{-8}\right) \times \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{6}{4} \times \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d}{d'}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{d}{d'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow d' = \frac{d}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{d\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

برای نیروهای وارد بر بار  $q_2$  می‌توانیم شکل زیر را در نظر بگیریم:



$q_1$  و  $q_2$  همنام هستند، پس نیروی بینشان ( $F_1$ ) دافعه است، پس برای صفر شدن نیرو باید  $q_2$  و  $q_3$  ناهمنام باشند تا نیروی بینشان رهایی و در خلاف جهت  $F_1$  باشد.

چون بار  $q_3$  در تعادل قرار دارد، اندازه‌ی نیروهای الکتریکی وارد بر آن یعنی  $F_1$  و  $F_2$  نیز با هم برابرند:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-6}}{6^2} = \frac{25 \times 10^{-6} \times q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-6}}{36} = \frac{25 \times 10^{-6} \times q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{10^{-15}}{4} = \frac{25 \times 10^{-6} \times q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{10^{-15}}{100} = 25 \times 10^{-6} \times q_3 \Rightarrow q_3 = \frac{10^{-15}}{2500 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-15}}{2.5 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-12}}{2.5} = \frac{1}{2.5} \times 10^{-12} = 0.4 \times 10^{-12} = 4 \times 10^{-13} C$$

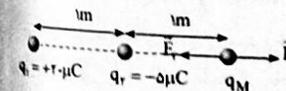
و همان‌طور که بیان شد با  $q_2$  ناهمنام یعنی از نوع منفی است.

اگر بخواهیم بار الکتریکی سوم  $q'$  توسط دو بار الکتریکی مثبت و همنام  $+2\mu C$  و  $+8\mu C$  در تعادل قرار داشته باشد، باید نیروهای رانشی وارد از سوی این دو بار بر بار  $q'$  هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر باشند و این در حالتی مقدور است که بار  $q'$  بین دو بار الکتریکی  $+2\mu C$  و  $+8\mu C$  روی خط واصل آن‌ها و نزدیک به بار الکتریکی کوچک‌تر قرار داشته باشد.

با توجه به قانون کولن و تعادل بار الکتریکی  $q'$ ، نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  هم‌اندازه بوده و می‌توانیم بنویسیم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{r_1^2} = \frac{k q_2 q_3}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_3}{r_2^2} \Rightarrow \frac{+2q}{(6-x)^2} = \frac{+8q}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{(6-x)^2} = \frac{8}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{8}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{x^2} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

اگر فرض کنیم در نقطه‌ی M بار الکتریکی مثبتی قرار دارد، این بار



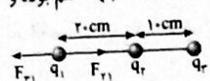
توسط بار الکتریکی  $q_1 = +2\mu C$  به سمت راست دفع و توسط بار الکتریکی  $q_2 = -5\mu C$  به سمت چپ جذب می‌شود.

اگر بخواهیم برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_M$  برابر صفر شود، اندازه‌ی دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  که از قانون کولن به دست می‌آیند، باید برابر باشند، یعنی:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{k q_1 q_M}{r_1^2} = \frac{k q_2 q_M}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2 \times 10^{-6}}{2^2} = \frac{5 \times 10^{-6}}{x^2} \Rightarrow 5 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-6} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

چون به یک تساوی بدیهی رسیدیم نتیجه می‌گیریم که همواره برآیند نیروهای وارد بر هر بار الکتریکی که در نقطه‌ی M قرار گیرد برابر صفر است و این شرایط به اندازه و نوع بار الکتریکی  $q_M$  بستگی ندارد. چنانچه بار الکتریکی واقع در نقطه‌ی M را منفی فرض کنیم، هر دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به طور هم‌زمان تغییر جهت داده و همچنان برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_M$  صفر بماند. پس باقی خواهد ماند. قبل از انجام محاسبات نیز چون  $q_M$  از طرفین تساوی ساده می‌شود، مشخص است که هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

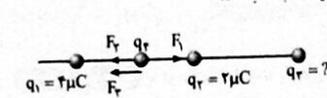
بارهای  $q_1$  و  $q_2$  باید ناهمنام باشند تا نیروهای وارد بر بار  $q_1$  از طرف آن‌ها، در خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی کنند.



$$\sum F_i = 0 \Rightarrow F_{r1} = F_{r2} \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{(2/r)^2} = \frac{k q_1 q_2}{(1/r)^2} \Rightarrow \frac{q_2}{4} = \frac{q_1}{1} \Rightarrow q_2 = 4 q_1$$

این همان‌گونه که بیان شد  $q_2$  و  $q_3$  ناهمنام هستند بنابراین  $\frac{q_2}{4} = \frac{q_1}{1}$  دقت کنید برآیند نیروی وارد بر هر بار صفر است اما چون  $\frac{q_2}{4}$  خواسته شده بود ما برآیند نیروهای وارد بر  $q_1$  را بررسی کردیم.

برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر است. با توجه به این که  $q_2 < q_1$  است، پس  $F_2$  بزرگ‌تر است. بنابراین  $F_2$  باید هم‌جهت  $F_1$  باشد تا برآیند نیروها صفر شود. بنابراین علامت  $q_2$  باید مثبت باشد.



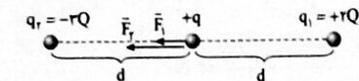
$$r_1 = 1 \text{ cm}, \quad r_2 = 1 \text{ cm}, \quad r_3 = 2 \text{ cm}$$

$$F_1 + F_2 = F_3 \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{r_1^2} + \frac{k q_2 q_3}{r_2^2} = \frac{k q_1 q_3}{r_3^2} \Rightarrow \frac{2}{100} + \frac{2}{100} = \frac{2}{400} \Rightarrow q_2 = 18 \mu C$$

با توجه به فرض سؤال مقدار نیروی F برابر  $\frac{k q Q}{d^2}$  است، پس، از طرف بار  $+2Q$  نیروی دافعه‌ی الکتریکی با

$$F_r = \frac{k q \times 2Q}{d^2} = 2F \quad \text{اندازه‌ی } F_1 = \frac{k q \times 2Q}{d^2} = 2F \quad \text{به بار } +q \quad \text{و به سمت چپ و از طرف بار } -2Q \quad \text{نیروی جاذبه‌ی الکتریکی با اندازه‌ی } F_r = \frac{k q \times 2Q}{d^2} = 2F$$

به بار  $+q$  و به سمت چپ وارد می‌شود.

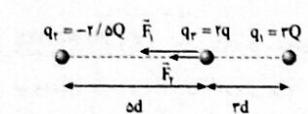


$$F_{+q} = F_1 + F_2 = 2F + 2F = 4F$$

پس برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $+q$  برابر خواهد شد با:

با توجه به فرض مسئله مقدار نیروی F برابر  $\frac{k q Q}{d^2}$  است. اندازه‌ی نیروهای الکتریکی وارد از سوی بارهای

الکتریکی  $q_1 = 2Q$  و  $q_2 = -2/5Q$  را بر بار الکتریکی  $q_3 = 2Q$  بر حسب F و به صورت زیر تعیین کنیم:



$$F_1 = \frac{k q_1 q_3}{r_1^2} = \frac{k \times 2Q \times 2Q}{(rd)^2} = \frac{4 k Q^2}{r^2 d^2} = \frac{4}{3} F$$

$$F_2 = \frac{k q_2 q_3}{r_2^2} = \frac{k \times 2/5Q \times 2Q}{(\delta d)^2} = \frac{4 k Q^2}{5 \delta^2 d^2} = \frac{1}{5} F$$

بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  همنام هستند، پس نیروی  $F_1$  دافعه و به سمت چپ است، بارهای  $q_2$  و  $q_3$  ناهمنام هستند، پس  $F_2$  جاذبه و به سمت چپ است.

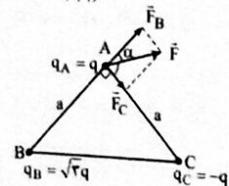
$$F_{q_3} = F_1 + F_2 = \frac{4}{3} F + \frac{1}{5} F = \frac{17}{15} F$$

بنابراین برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_3$  برابر خواهد شد با:

قانون کولن را برای هر دو نیرو نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

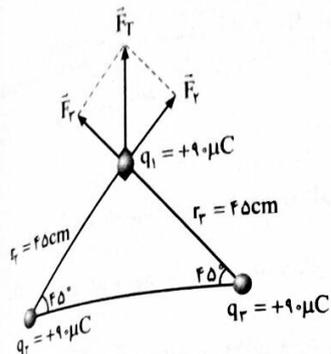
$$r_1 = 2 \text{ cm}, \quad r_2 = 1 \text{ cm}, \quad \frac{q_2}{q_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\frac{k q_2 q_1}{(r_1)^2} = \frac{k q_1 q_2}{(r_2)^2} \Rightarrow \frac{q_2}{(2)^2} = \frac{q_1}{(1)^2} \Rightarrow \frac{q_2}{4} = q_1 \Rightarrow q_2 = 4 q_1$$



بار  $q_C$ ، بار  $q_A$  را می‌ریاید و بار  $q_B$ ، بار  $q_A$  را می‌راند.

$$\cot \alpha = \frac{F_B}{F_C} = \frac{k (\sqrt{3}q)q}{k (q)q} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



۵۰- گزینه‌ی ۱ از سوی بارهای الکتریکی  $q_2$  و  $q_3$  نیروهای دافعه‌ی الکتریکی بر بار الکتریکی  $q_1$  وارد می‌شود که مطابق شکل روبه‌رو است.

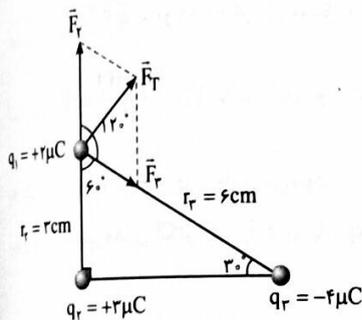
$$\begin{cases} r_2 = r_3 = 45 \text{ cm} \\ q_2 = q_3 = +9.0 \mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow F_2 = F_3$$

$$F_2 = \frac{kq_2q_1}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = \frac{9 \times 10^9 \times (9.0 \times 10^{-6}) \times (9.0 \times 10^{-6})}{(45 \times 10^{-2})^2} = 36.0 \text{ N}$$

$F_2$  و  $F_3$  هم‌اندازه و عمود بر هم می‌باشند، پس می‌توانیم برآیند آن‌ها را از رابطه‌ی زیر به‌دست آوریم:

$$F_T = 2F_2 \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow F_T = 2 \times 36.0 \times \cos \frac{90^\circ}{2} = 2 \times 36.0 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36.0\sqrt{2} \text{ N}$$

۵۱- گزینه‌ی ۳ با توجه به علامت بارهای الکتریکی  $q_1 = +2 \mu\text{C}$ ،  $q_2 = +3 \mu\text{C}$  و  $q_3 = -4 \mu\text{C}$  به این نتیجه می‌رسیم که بار  $q_1$  توسط بار  $q_2$  دفع و توسط بار  $q_3$  جذب می‌شود. بنابراین می‌توانیم شکل زیر را در نظر بگیریم.



اندازه‌ی این دو نیرو را از قانون کولن به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

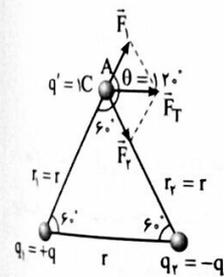
$$\sin 30^\circ = \frac{r_2}{r_3} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r_2}{r_3} \Rightarrow r_2 = 3 \text{ cm}$$

$$F_2 = \frac{kq_2q_1}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = \frac{9 \times 10^9 \times (3 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 6.0 \text{ N}$$

$$F_3 = \frac{kq_3q_1}{r_3^2} \Rightarrow F_3 = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 2.0 \text{ N}$$

با توجه به شکل زاویه‌ی بین این دو نیرو  $\theta = 120^\circ$  است. پس اندازه‌ی برآیند این دو نیرو برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 + 2F_2F_3 \cos \theta} \Rightarrow F_T = \sqrt{6.0^2 + 2.0^2 + 2 \times 6.0 \times 2.0 \times \cos 120^\circ} \Rightarrow F_T = \sqrt{4.0 + 4.0 + 24.0 \times (-\frac{1}{2})} = \sqrt{28.0} = 2.0\sqrt{7} \text{ N}$$



۵۲- گزینه‌ی ۱ در حالت اول از سوی بارهای الکتریکی  $+q$  و  $-q$  به ترتیب نیروهای دافعه و جاذبه‌ی الکتریکی بر بار الکتریکی  $q' = +1 \text{ C}$  وارد می‌شود. طبق شکل داریم:

$$\begin{cases} r_1 = r_2 = r \\ q_1 = |q_2| = q \end{cases} \Rightarrow F_1 = F_2 = F = \frac{kqq'}{r^2}$$

$$F_T = 2F_1 \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow F_T = R \rightarrow R = 2F \times \cos \frac{120^\circ}{2} \Rightarrow R = 2F \times \frac{1}{2} \Rightarrow F = R$$

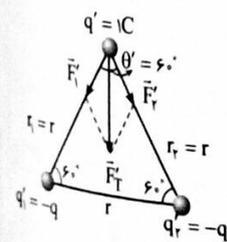
در حالت دوم اگر بار الکتریکی  $+q$  را به بار الکتریکی  $-q$  تبدیل کنیم، نیروی دافعه‌ی  $\vec{F}_1$  وارد بر بار  $q' = +1 \text{ C}$  تغییر جهت داده و تبدیل به نیروی جاذبه‌ی الکتریکی می‌شود (مطابق شکل زیر).

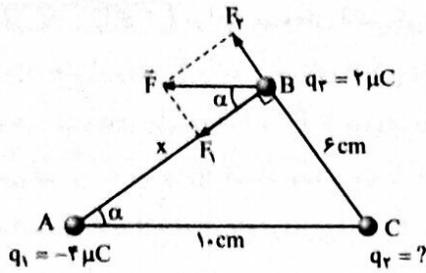
در این حالت نیز اندازه‌ی نیروهای  $\vec{F}'_1$  و  $\vec{F}'_2$  با هم و با اندازه‌ی نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  برابر بوده و می‌توانیم برای برآیند آن‌ها رابطه‌ی زیر را در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} F'_1 = F'_2 = F \\ F'_T = 2F'_1 \cos \frac{\theta'}{2} \end{cases} \Rightarrow F'_T = 2 \times F \times \cos \frac{60^\circ}{2} \Rightarrow F'_T = 2F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}F \xrightarrow{F=R} F'_T = \sqrt{3}R$$

پس اندازه‌ی برآیند این نیروها در حالت دوم  $\sqrt{3}$  برابر شده است:  $\frac{\sqrt{3}R}{R} = \sqrt{3}$

۵۳- گزینه‌ی ۳ مجموعه روی سطح افقی ساکن است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.





⑤- گزینہ ۴ ابتدا فاصلہ ی بار  $q_1$  تا  $q_3$  را به دست می آوریم:

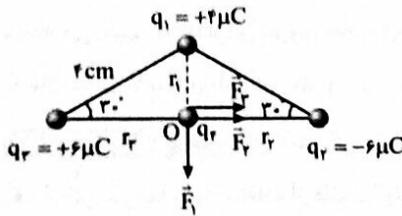
$$10^2 = x^2 + 6^2 \Rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

بار  $q_1$  بار  $q_3$  را می ربايد و نیروی  $F_1$  را مطابق شکل بر  $q_3$  وارد می کند. در این صورت برای آن که نیروی برآیند وارد بر  $q_3$  موازی قاعده ی مثلث باشد، باید بار  $q_3$  مثبت باشد و بار  $q_3$  را براند. با توجه به شکل، زاویه ی بین بردار  $F$  و بردار  $F_1$  برابر  $\alpha$  است و با توجه به شکل در مثلث  $ABC$ ،  $\tan \alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  است.

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{k \frac{q_2 \times q_3}{r^2}}{k \frac{q_1 \times q_3}{r^2}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{64}{36} \times \frac{q_3}{4} \Rightarrow q_3 = \frac{27}{16} \mu\text{C}$$

$$\text{از طرفی داریم } \tan \alpha = \frac{F_2}{F_1}$$

⑤- گزینہ ۴ نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_4 = +1 \mu\text{C}$  واقع در نقطه ی  $O$  از سوی بارهای الکتریکی  $q_1 = +4 \mu\text{C}$ ،  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  و  $q_3 = +6 \mu\text{C}$  مطابق شکل زیر است. اندازه ی هر یک از این نیروها و سپس برآیند آن ها را به دست می آوریم:



با توجه به شکل  $r_1 = 4 \times \sin 30^\circ = 2 \text{ cm}$

$$r_2 = r_3 = 4 \times \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$F_1 = \frac{kq_1q_4}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (1 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

$$\begin{cases} q_2 = |q_2| = 6 \mu\text{C} \\ r_2 = r_3 = 2\sqrt{3} \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow F_2 = F_3$$

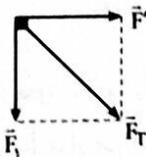
$$F_2 = \frac{kq_2q_4}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = \frac{9 \times 10^9 \times (6 \times 10^{-6}) \times (1 \times 10^{-6})}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N} \Rightarrow F_3 = 45 \text{ N}$$

دو نیروی  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  هم جهت بوده، بنابراین برآیند آن ها برابر خواهد شد با:

$$F' = F_2 + F_3 = 45 + 45 = 90 \text{ N}$$

$F'$  بر  $\vec{F}_1$  عمود است، پس برآیند تمامی نیروهای وارد بر بار الکتریکی  $q_4$  برابر خواهد شد با:

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F'^2} \Rightarrow F_T = \sqrt{90^2 + 90^2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$



⑤- گزینہ ۱ بار الکتریکی  $q_3 +$  توسط بار الکتریکی  $q_1 +$  دفع و توسط بار الکتریکی  $q_2 -$  جذب می شود. با توجه به شکل داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

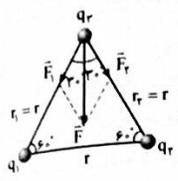
از طرفی با توجه به فرض مسأله  $|q_2| = 4q_1$  نسبت اندازه ی دو نیروی  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_1$  را از قانون کولن به دست می آوریم:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{kq_1q_3}{r_1^2} = \frac{(q_1)}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{q_1}{4q_1}\right) \times \left(\frac{2r_1}{r_1}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

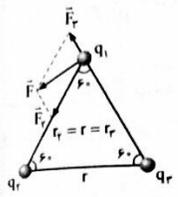
پس دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  هم اندازه بوده و بردار برآیند آن ها یعنی  $\vec{F}$  نیمساز زاویه ی بین آن ها ( $\theta = 120^\circ$ ) خواهد بود. یعنی نیروی  $\vec{F}$  با وتر مثلث قائم الزاویه ی رسم شده، زاویه ی  $\frac{\theta}{2} = 60^\circ$  را خواهد ساخت. در نتیجه شکل نشان داده شده در گزینہ ی (۱) پاسخ درست این مسأله است.



**۵۷ گزیده ۲** برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی  $q_3$  از سوی بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$ ، یعنی نیروی  $\vec{F}$  را در راستای اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های به‌دست آمده نشان دهنده‌ی وجود نیروهای جاذبه‌ی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  از سوی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  بر بار الکتریکی  $q_3$  می‌باشند. پس نتیجه می‌گیریم که  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام بوده و با آن‌ها ناهم‌نام است. از سوی دیگر با توجه به این که مثلث متساوی‌الاضلاع است و بردار برآیند  $\vec{F}$  منطبق بر نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  یعنی  $60^\circ$  است. به این نتیجه می‌رسیم که نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  هم‌اندازه‌اند و چون فاصله‌ی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  تا بار الکتریکی  $q_3$  یکسان است، پس بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  نیز یکسان می‌باشند.



**۵۸ گزیده ۱** برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی  $q_1$  از سوی دو بار الکتریکی  $q_2$  و  $q_3$ ، یعنی  $\vec{F}$  را در راستای اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل و جهت بردار  $\vec{F}_3$  درمی‌یابیم که بین بارهای  $q_1$  و  $q_3$  رانش و با توجه به جهت بردار  $\vec{F}_2$  درمی‌یابیم که بین بارهای الکتریکی  $q_2$  و  $q_3$  ربایش وجود دارد. پس  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام،  $q_1$  و  $q_3$  ناهم‌نام، بنابراین  $q_2$  و  $q_3$  ناهم‌نام می‌باشند. از سوی دیگر چون بردار برآیند همواره به سمت بردار بزرگ‌تر متماثل بوده و با آن زاویه‌ی کوچک‌تری می‌سازد، به این نتیجه می‌رسیم که اندازه‌ی نیروی جاذبه‌ی  $\vec{F}_2$  از اندازه‌ی نیروی دافعه‌ی  $\vec{F}_3$  بزرگ‌تر است و با توجه به یکسان بودن فاصله‌ی بارهای  $q_2$  و  $q_3$  تا بار الکتریکی  $q_1$  می‌فهمیم که  $q_2$  از  $q_3$  بیشتر است.



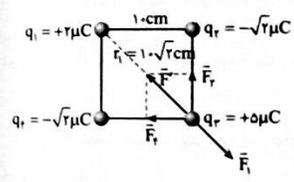
**۵۹ گزیده ۴** نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی  $q_3$  از سوی بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  را رسم و سپس اندازه‌ی هر یک از این نیروها را با استفاده از قانون کولن تعیین می‌کنیم. در انتها برآیند این سه نیروی الکتریکی را با استفاده از روابط جمع برداری محاسبه می‌کنیم:

$$F_1 = \frac{kq_1q_3}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(1.0 \times \sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 4.5 \text{ N}$$

$$F_2 = F_3 = \frac{kq_2q_3}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (\sqrt{2} \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(1.0 \times 10^{-2})^2} = 4.5\sqrt{2} \text{ N}$$

برآیند بردارهای  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  را  $\vec{F}'$  می‌نامیم، این برآیند در راستای قطر و در خلاف جهت بردار  $\vec{F}_1$  قرار می‌گیرد، پس برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_3$  برابر خواهد شد با:

$$\vec{F}' = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow F' = \sqrt{F_2^2 + F_3^2} \Rightarrow F' = \sqrt{(4.5\sqrt{2})^2 + (4.5\sqrt{2})^2} = 9 \text{ N}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}' + \vec{F}_1 \Rightarrow F_T = F' - F_1 = 9 - 4.5 = 4.5 \text{ N}$$


**۶۰ گزیده ۱** فرض می‌کنیم که علامت  $q_2$  مثبت است، پس نیروهای جاذبه‌ی الکتریکی از سوی بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_3$  بر آن وارد می‌شوند. چون می‌خواهیم این بار الکتریکی در حال تعادل باشد، باید نیروی وارد از طرف بار  $q_4$  بر بار الکتریکی  $q_2$  به صورت دافعه باشد. یعنی بار الکتریکی  $q_2$  از نوع مثبت باشد. نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  توسط بارهای الکتریکی دیگر را به‌دست می‌آوریم:

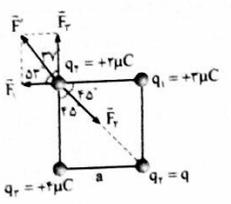
$$F_1 = F_3 = \frac{kq_1q_2}{r_1^2} = \frac{kq_1q_2}{a^2} \quad F_4 = \frac{kq_4q_2}{r_4^2} = \frac{kq_4q_2}{2a^2}$$

اگر برآیند نیروهای الکتریکی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  را  $\vec{F}'$  بنامیم، بردار  $\vec{F}'$  باید هم‌اندازه و خلاف جهت با  $\vec{F}_4$  باشد تا برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر باشد، پس داریم:

$$\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \Rightarrow F' = 2F_1 \cos \frac{\theta}{2} = 2 \times \frac{kq_1q_2}{a^2} \times \cos \frac{45^\circ}{2} = \sqrt{2} \frac{kq_1q_2}{a^2}$$

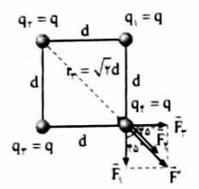
$$\vec{F}_T = \vec{F}' + \vec{F}_4 = 0 \Rightarrow F_4 = F' \Rightarrow \frac{kq_4q_2}{2a^2} = \sqrt{2} \frac{kq_1q_2}{a^2} \Rightarrow |q_4| = 2\sqrt{2}|q_1| \Rightarrow |q_4| = 2\sqrt{2} \times 1.0 \times \sqrt{2} = 4 \Rightarrow q_4 = +4 \mu\text{C}$$

**۶۱ گزیده ۴** بین بارهای  $+2\mu\text{C}$ ،  $+4\mu\text{C}$  و  $+2\mu\text{C}$  نیروی دافعه‌ی الکتریکی وجود دارد. چون فاصله‌ی این دو بار تا بار الکتریکی  $+2\mu\text{C}$  یکسان است به این نتیجه می‌رسیم که اندازه‌ی نیروی دافعه‌ی بار  $+4\mu\text{C}$  از اندازه‌ی نیروی دافعه‌ی بار  $+2\mu\text{C}$  بزرگ‌تر است.



پس برآیند نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$ ، یعنی  $\vec{F}'$  به سمت بردار بزرگ‌تر  $\vec{F}_2$  متماثل بوده و امتداد بردار  $\vec{F}'$  بر نیمساز زاویه‌ی  $90^\circ$  منطبق خواهد بود. ولی نیروی الکتریکی حاصل از بار  $q_2$  بر بار  $+2\mu\text{C}$  در راستای قطر مربع که نیمساز زاویه‌ی  $90^\circ$  است، خواهد بود، پس برای آن که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $+2\mu\text{C}$  برابر صفر شود لازم است که نیروهای  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}'$  هم‌راستا و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند که با توجه به شکل و استدلال انجام شده، این دو نیرو هرگز در یک راستا قرار نمی‌گیرند. یعنی مقدار  $q_2 = q$  هر چه باشد، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $+2\mu\text{C}$  صفر نخواهد شد.

**۶۲ گزیده ۴** مطابق شکل زیر سه نیروی دافعه‌ی الکتریکی که توسط سه بار الکتریکی نقطه‌ای واقع در سه رأس مربع بر بار الکتریکی واقع در رأس دیگر وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و اندازه‌ی آن‌ها را با استفاده از قانون کولن تعیین کرده و برآیند آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$F_1 = F_3 = \frac{kq_1q_4}{r_1^2} = \frac{kq^2}{d^2}$$

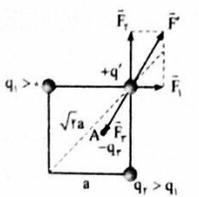
$$F_2 = \frac{kq_2q_4}{r_2^2} = \frac{kq^2}{rd^2}$$

برآیند بردارهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  را  $\vec{F}'$  در نظر می‌گیریم که در راستای قطر مربع می‌باشد و هم‌جهت با بردار  $\vec{F}_2$  نیز است. پس برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_4$  برابر خواهد شد با:

$$\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \Rightarrow F' = 2F_1 \cos \frac{\theta}{2} = 2 \times \frac{kq^2}{d^2} \times \cos \frac{90^\circ}{2} = \sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}' + \vec{F}_2 \Rightarrow F_T = F' + F_2 = \frac{kq^2}{rd^2} + \sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2} = (2\sqrt{2} + 1) \frac{kq^2}{rd^2}$$

**۶۳ گزیده ۱** نیروهای وارد بر بار الکتریکی  $q'$  را که از سوی بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  بر آن وارد می‌شود، رسم می‌کنیم. با فرض این که بار  $q'$  مثبت باشد، نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به صورت دافعه ظاهر شده و با توجه به یکسان بودن فاصله‌ی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  تا بار  $q'$  و مقدار این دو بار نتیجه می‌گیریم که اندازه‌ی  $\vec{F}_2$  از اندازه‌ی  $\vec{F}_1$  بزرگ‌تر است. اگر برآیند دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  را نیروی  $\vec{F}'$  در نظر بگیریم، این نیرو به سمت بزرگ‌تر  $\vec{F}_2$  متماثل بوده و در راستای قطر مربع نخواهد بود. پس اگر بخواهیم بار  $q'$  در حال تعادل باشد، باید نیروی همانند  $\vec{F}_2$  وجود داشته باشد که در خلاف جهت  $\vec{F}'$  باشد و با آن زاویه‌ی  $180^\circ$  بسازد. پس نتیجه می‌گیریم که اگر بار الکتریکی از نوع منفی درون مربع و در نقطه‌ی A قرار گیرد، می‌تواند نیروی خلاف جهت  $\vec{F}'$  به بار  $q'$  وارد کند.



② **۴۴- گزینی ۲** نیروی  $\vec{F}$  را که به بار الکتریکی  $Q$  وارد می‌شود، در راستای دو ضلع مجاور مستطیل تجزیه می‌کنیم چون هر دو نیروی الکتریکی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  حاصل از بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  به صورت جاذبه ظاهر شده‌اند نتیجه می‌گیریم که بارهای  $q_1$  و  $q_2$  همنام می‌باشند یا توجه به تجزیه بردار  $\vec{F}$  به بردارهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  می‌توانیم نسبت اندازه‌ی این دو نیرو را با استفاده از شکل تعیین کنیم:

$$\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

با جایگزینی مقادیر  $F_1$  و  $F_2$  با استفاده از قانون کولن مقدار  $\frac{q_2}{q_1}$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{kq_1Q}{r_1^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right) \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right) \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right) \times \left(\frac{6}{2\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1}{q_2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1}{q_2} \times \sqrt{3}$$

① **۴۵- گزینی ۱** نیروهای الکتریکی وارد از سوی بارهای الکتریکی نقطه‌ای واقع در نقاط  $A, B, C$  و  $D$  بر بار الکتریکی  $-q$  واقع در مرکز  $O$  مطابق شکل زیر است. این چهار نیرو با توجه به اندازه‌ی بارهای الکتریکی و فاصله‌ی بارها از یکدیگر طبق قانون کولن هم‌اندازه می‌باشند که آن را برابر  $F$  در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} q_A = q_B = |q_C| = q_D \\ r_A = r_B = r_C = r_D = R \end{cases} \Rightarrow F_A = F_B = F_C = F_D = F$$

با توجه به شکل  $\vec{F}_B$  و  $\vec{F}_D$  در خلاف جهت یکدیگر بوده و برآیند آن‌ها صفر می‌شود. نیروهای دافعه‌ی  $\vec{F}_C$  و جاذبه‌ی  $\vec{F}_A$  هم‌جهت بوده و برآیند آن‌ها در راستای  $\vec{OA}$  قرار گرفته که همان برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $-q$  واقع در مرکز دایره است.

② **۴۶- گزینی ۱** با توجه به شکل فاصله‌ی  $q_1$  تا  $q_2$  و  $q_2$  تا  $q_3$  یکسان و برابر

$$2 \times 10 \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$F_1 = F_2 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_1 = F_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2})^2} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_{1,2} = 2F_1 \cos 60^\circ = 2 \times 1.8 \times 10^{-6} \times \frac{1}{2} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ N}$$

با توجه به این مطلب که بارهای الکتریکی  $q_2$  و  $q_3$  همنام هستند و نیروی  $F_2$  هم‌جهت  $F_{1,2}$  بوده و نیروی برآیند  $1.8 \times 10^{-6} \text{ N}$  است. نیروی  $F_3 = 1.8 \times 10^{-6} \text{ N}$  خواهد شد

$$F_3 = k \frac{q_2 q_3}{r^2} \Rightarrow 1.8 \times 10^{-6} = 9 \times 10^9 \frac{q_2 \times 2 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2})^2} \Rightarrow q_2 = 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C}$$

② **۴۷- گزینی ۲** اگر بار الکتریکی  $q_2$  را مثبت فرض کنیم از سوی بارهای الکتریکی  $q_1$

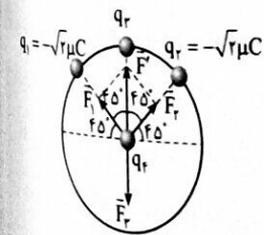
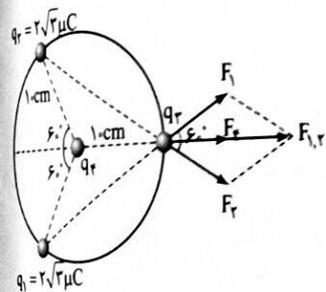
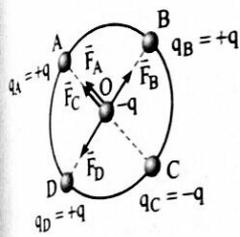
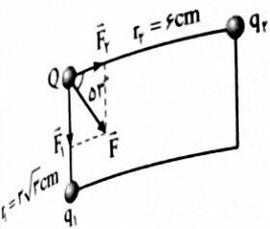
و  $q_3$  که منفی هستند نیروهای الکتریکی ریاضی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  بر آن وارد می‌شود. پس برای آن که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  از طرف سه بار الکتریکی برابر صفر باشد باید بار الکتریکی  $q_2$  بار الکتریکی  $q_1$  را دفع کرده و از نوع مثبت باشد برای این نیروها می‌توانیم شکل روبه‌رو را در نظر بگیریم. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} q_1 = q_2 = -\sqrt{2} \mu\text{C} \\ r_1 = r_2 = R \end{cases} \Rightarrow F_1 = F_2 = \frac{kq_1 q_2}{r_1^2}$$

$$\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow F' = 2F_1 \cos \theta = 2 \times \frac{kq_1 q_2}{R^2} \times \cos 45^\circ = \sqrt{2} \frac{kq_1 q_2}{R^2}$$

$$\vec{F}' = \vec{F}' + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow F_3 = F' \Rightarrow \frac{kq_2 q_3}{R^2} = \sqrt{2} \frac{kq_1 q_2}{R^2} \Rightarrow q_3 = \sqrt{2} |q_1| \Rightarrow q_3 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \mu\text{C}$$

دقت کنید اگر  $q_2$  را منفی فرض می‌کردیم باز هم  $q_3$  باید مثبت می‌بود.



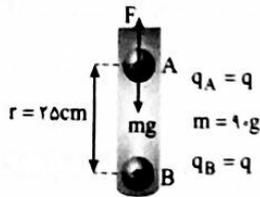
**۶۸- گزینه ۴** اگر به گلوله‌های مشابه بارهای الکتریکی همنام بدهیم، یکدیگر را دفع کرده و فاصله‌ی آنها از هم از ۱۵cm به ۳۰cm افزایش می‌یابد، چون فنرها مشابه می‌باشند، بر اثر این رانش هر یک از فنرها به اندازه‌ی  $\frac{15}{3} = 5 \text{ cm}$  فشرده می‌شوند. پس با استفاده از قانون کولن اندازه‌ی نیروی الکتریکی رانشی بین این دو بار نقطه‌ای را تعیین کرده و با استفاده از رابطه‌ی فنرها، ثابت کشسانی فنر را تعیین می‌کنیم:



$$F = F' = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (2.0 \times 10^{-6}) \times (2.0 \times 10^{-6})}{(3.0 \times 10^{-2})^2} = 40 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F_c - F = 0 \Rightarrow F_c = F \Rightarrow k\Delta L = F \Rightarrow k \times \frac{15}{100} = 40 \Rightarrow k = \frac{4000}{15} = \frac{1600}{3} \text{ N/m}$$

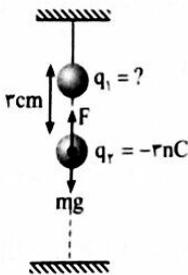
**۶۹- گزینه ۲** هنگامی که گلوله‌ها به تعادل می‌رسند، برای گلوله‌ی A نیروی دافعه‌ی الکتریکی وارد از سوی گلوله‌ی B به سمت بالا وارد شده که باید نیروی وزن این گلوله را خنثی نماید. پس می‌توانیم با توجه به شکل، محاسبات زیر را برای تعیین اندازه‌ی بار الکتریکی این دو گلوله انجام دهیم:



$$\text{A گلوله‌ی } \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - mg = 0 \Rightarrow F = \frac{kq_Aq_B}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(2.5 \times 10^{-2})^2} = (9.0 \times 10^{-2}) \times 10 \Rightarrow q^2 = \frac{625 \times 10^{-5}}{10^9} = 625 \times 10^{-14} \Rightarrow |q| = 25 \times 10^{-7} \text{ C} = 2.5 \mu\text{C}$$

**۷۰- گزینه ۴** نیروهای الکتریکی وارد بر گلوله‌ی پایین را مطابق شکل رسم می‌کنیم. چون از گوی بالای الکترون جدا شده است، بار آن مثبت می‌شود و در نتیجه گوی پایینی را که دارای بار منفی است به سمت بالا جذب می‌کند، این نیروی جاذبه‌ی الکتریکی می‌تواند وزن گوی پایینی را خنثی کند و آن را به صورت معلق درآورد:



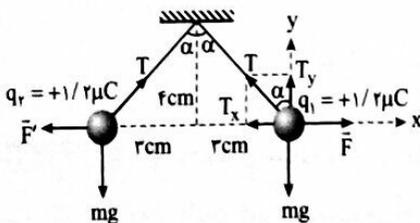
$$\text{برای گوی پایینی } \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - mg = 0 \Rightarrow F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q_1 \times (3 \times 10^{-9})}{(3 \times 10^{-2})^2} = (144 \times 10^{-6}) \times 10 \Rightarrow |q_1| = 48 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow q_1 = +4.8 \times 10^{-8} \text{ C}$$

تعداد الکترون‌های جدا شده از گوی بالایی را از رابطه‌ی  $q = \pm ne$  به دست می‌آوریم:

$$q = \pm ne \Rightarrow +4.8 \times 10^{-8} = +n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{4.8 \times 10^{-8}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{11}$$

**۷۱- گزینه ۲** بین گلوله‌های این دو آونگ که دارای بارهای الکتریکی همنام و مثبت می‌باشند، نیروی دافعه‌ی الکتریکی وجود دارد که سبب دور شدن آنها از هم شده است. در حالت تعادل این گلوله‌ها می‌توانیم نیروهای وارد بر هر یک از آنها را مطابق شکل روبه‌رو نمایش دهیم:



$$\sum \vec{F} = 0 \text{ برای بار الکتریکی } q_1$$

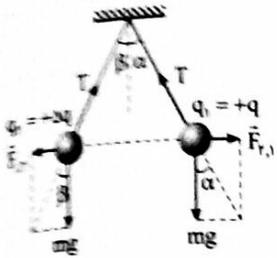
$$\text{در راستای } x, F - T_x = 0 \Rightarrow T_x = T \sin \alpha = F$$

$$\text{در راستای } y, T_y - mg = 0 \Rightarrow T_y = T \cos \alpha = mg$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم، داریم:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{kq_1q_2}{r^2}}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{r}{f} \Rightarrow \frac{r}{f} = \frac{9 \times 10^9 \times (1/2 \times 10^{-6}) \times (1/2 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2 \times m \times 10} \Rightarrow \frac{r}{f} = \frac{9 \times 10^9 \times 1/4 \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-2} \times m \times 10} \Rightarrow m = \frac{1/44}{3} = 0.48 \text{ kg} = 480 \text{ g}$$

۷۷- گزینه‌ی ۲ (A) گلوله‌های این دو آونگ الکتریکی دارای جرم‌های یکسان و بارهای الکتریکی همنام و متفاوت هستند. پس بر اثر دافعه‌ی الکتریکی بین آنها، از هم جدا شده و فاصله می‌گیرند. این نیرو که به صورت عمل و عکس‌العمل بین آنها اثر می‌کند، هم‌اندازه بوده و به تفاوت اندازه‌ی بارهای الکتریکی  $+q$  و  $+5q$  بستگی ندارد. برای این دو آونگ الکتریکی و نیروهای وارد بر هر یک از آنها داریم:



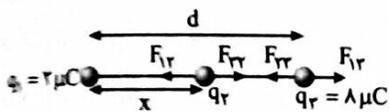
$$\vec{F}_{r,1} = -\vec{F}_{1,r} \Rightarrow F_{r,1} = F_{1,r} = F$$

$$\begin{cases} q_1 \text{ برای آونگ } : \tan \alpha = \frac{F_{r,1}}{mg} = \frac{F}{mg} \\ q_2 \text{ برای آونگ } : \tan \beta = \frac{F_{1,r}}{mg} = \frac{F}{mg} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \tan \beta \Rightarrow \alpha = \beta$$

۷۷- گزینه‌ی ۴ (A) با توجه به قانون کولن ( $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ ) خواهیم داشت:

$$4 \times 10^{-9} \times \frac{(q_1)(5q_1)}{r^2} \Rightarrow q_1^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = 2 \mu\text{C}$$

۷۴- گزینه‌ی ۳ (B) برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر است. در این صورت باید بار  $q_2$  منفی باشد که  $q_3$  را به سوی خود بکشد و نیروی  $q_1$  وارد بر  $q_2$  را خنثی کند. از طرفی برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  نیز صفر است. در این صورت:



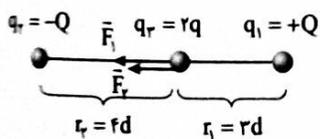
$$F_{1,2} = F_{2,3} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

حال برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  را بررسی می‌کنیم:

$$F_{2,3} = F_{1,2} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{(\frac{2d}{3})^2} = k \frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow \frac{q_2}{\frac{4}{9}d^2} = \frac{q_2}{d^2} \Rightarrow q_2 = \frac{4}{9} \mu\text{C}$$

البته همان‌گونه که بیان شد علامت  $q_2$  منفی است.

۷۵- گزینه‌ی ۱ (A) نیروهای وارد بر بار  $2q$  را رسم می‌کنیم. طبق صورت مسأله داریم:



اندازه‌ی دو نیرو را بر حسب  $F$  و با توجه به قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{kq_1 q_2}{r_1^2} = \frac{k \times Q \times 2q}{(rd)^2} = \frac{2}{9} \frac{kqQ}{d^2} = \frac{2}{9} F$$

$$F_2 = \frac{kq_2 q_3}{r_2^2} = \frac{k \times 2q \times (-Q)}{(fd)^2} = -\frac{2}{16} \frac{kqQ}{d^2} = -\frac{1}{8} F$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow F_T = F_1 + F_2 = \frac{2}{9} F + \frac{1}{8} F = \frac{25}{72} F$$

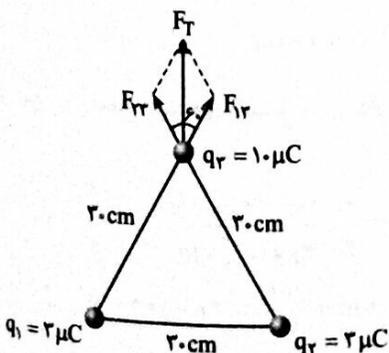
۷۶- گزینه‌ی ۱ (B) بردارهای نیروی وارد بر  $q_2$  را رسم می‌کنیم. سپس اندازه‌ی هر

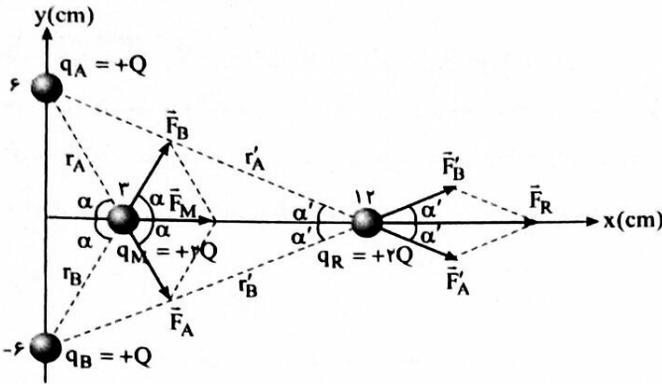
نیرو را با استفاده از قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_{1,2} = F_{2,3} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 3 \text{ N}$$

زاویه‌ی بین دو نیروی  $F_{1,2}$  و  $F_{2,3}$  برابر  $60^\circ$  است. برآیند دو نیرو را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T = 2F \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow F_T = 2 \times 3 \times \cos \frac{60^\circ}{2} \Rightarrow F_T = 3\sqrt{3} \text{ N}$$





۷۷- گزینه ی ۲ نیروهای وارد بر هر یک از بارهای  $q_M$  و  $q_R$  از سوی بارهای الکتریکی  $q_A$  و  $q_B$  را که به صورت دایره می باشند مطابق شکل روبه رو رسم می کنیم:

$$r_A = r_B = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$r'_A = r'_B = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

اندازه ی این نیروها را با استفاده از قانون کولن حساب کرده و برآیند آنها را به دست می آوریم:

$$F_A = F_B = \frac{kq_A q_M}{r_A^2} = \frac{k \times Q \times 2Q}{(3\sqrt{5})^2} = \frac{2kQ^2}{45}, \quad \cos \alpha = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

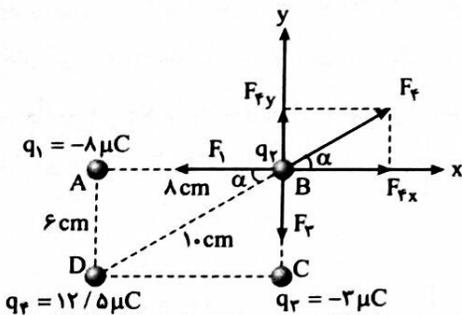
$$F_M = 2F_A \cos \alpha = 2 \times \frac{2kQ^2}{45} \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{225} kQ^2$$

$$F'_A = F'_B = \frac{kq_A q_R}{r'^2_A} = \frac{k \times Q \times 2Q}{(6\sqrt{5})^2} = \frac{2kQ^2}{180}, \quad \cos \alpha' = \frac{12}{6\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$F_R = 2F'_A \cos \alpha' = 2 \times \frac{2kQ^2}{180} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{900} kQ^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_M}{F_R} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{225} \times kQ^2}{\frac{8\sqrt{5}}{900} \times kQ^2} = \frac{900 \times 4\sqrt{5}}{225 \times 8\sqrt{5}} = 2$$

دقت کنید چون می خواستیم نسبت بگیریم تبدیل یکا انجام ندادیم تنها باید یکاها در دو رابطه یکسان باشند.



۷۸- گزینه ی ۳ شکل روبه رو را رسم می کنیم. ابتدا فاصله ی BD را به دست می آوریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow BD = 10 \text{ cm}$$

سپس نیروهای وارد بر بار  $q_2$  توسط تک تک بارهای  $q_1$ ,  $q_3$  و  $q_4$  را رسم کرده و مقدار آنها را حساب می کنیم:

$$F_1 = k \frac{q_1 q_2}{AB^2} \Rightarrow F_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(8 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F_1 = 90 \text{ N}$$

$$F_3 = k \frac{q_3 q_2}{BC^2} \Rightarrow F_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F_3 = 60 \text{ N}$$

$$F_4 = k \frac{q_4 q_2}{BD^2} \Rightarrow F_4 = 9 \times 10^9 \times \frac{12/5 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F_4 = 90 \text{ N}$$

$$F_{fy} = F_4 \sin \alpha = 90 \times \frac{6}{10} \Rightarrow F_{fy} = 54 \text{ N}$$

$$F_{fx} = F_4 \cos \alpha = 90 \times \frac{8}{10} \Rightarrow F_{fx} = 72 \text{ N}$$

$$R_x = F_1 - F_{fx} = 90 - 72 = 18 \text{ N}$$

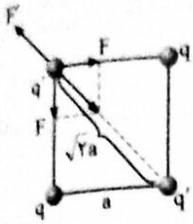
$$R_y = F_3 - F_{fy} = 60 - 54 = 6 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{18^2 + 6^2} = \sqrt{6^2(3^2 + 1)} \Rightarrow R = 6\sqrt{10} \text{ N}$$

اکنون نیروی  $F_4$  را به دو مؤلفه ی عمود بر هم تجزیه می کنیم:

مؤلفه های نیروی برآیند را روی محور x و y به دست می آوریم:

نیروی برآیند وارد بر بار  $q_2$  برابر خواهد شد با:



۷۶- گزینه ۲) نیروهایی که دو بار  $q'$  بر هم وارد می کنند، رانشی است. بنابراین بارهای  $q$  باید با بارهای  $q'$  ناهمنام بوده و بر آنها نیروی ربابشی وارد کنند تا برآیند نیروهای وارد بر  $q'$  صفر شود. اگر طول ضلع مربع را  $a$  بگیریم، طول قطر آن (فاصله ی بارهای  $q'$  و  $q'$ )  $\sqrt{2}a$  خواهد بود. باید برآیند دو نیروی ربابشی  $F'$  با نیروی رانشی  $F$  برابر باشد:

$$F' = 2F \cos \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow k \frac{q'q'}{(\sqrt{2}a)^2} = 2 \left( k \frac{qq'}{a^2} \right) \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \left| \frac{q'}{q} \right| = 2\sqrt{2}$$

اما همان گونه که بیان شد،  $q$  و  $q'$  ناهمنام هستند، از این رو:  $\frac{q'}{q} = -2\sqrt{2}$

۸۰- گزینه ۲) اگر بار الکتريکی مولد میدان الکتريکی از نوع مثبت باشد، میدان الکتريکی به طرف بیرون و اگر از نوع منفی باشد، میدان الکتريکی به طرف درون آن بار الکتريکی است. میدان الکتريکی خاصیتی است که بارهای الکتريکی در فضای اطراف خود ایجاد می کنند و از نظر کمی در هر نقطه برابر نیروی الکتريکی وارد بر بار الکتريکی مثبت یک کولنی واقع در آن نقطه است.

۸۱- گزینه ۴) با توجه به توضیحات گفته شده برای اصول اولیه ی میدان الکتريکی و نیروهای الکتريکی درمی یابیم که گزینه های (۱)، (۲) و (۳) درست می باشند، ولی میدان الکتريکی اطراف هر جسم بارداری الزاماً متقارن نبوده و بستگی به جگونگی توزیع و بخش بار الکتريکی در آن جسم دارد، به گونه ای که اطراف نقاطی از جسم که تراکم بارهای الکتريکی بیش تر است، میدان الکتريکی قوی تر است. چنانچه جسم باردار دارای تقارن هندسی ویژه باشد، مانند کره ی فلزی و بار الکتريکی به طور یکنواخت روی آن پخش شده باشد، می توان انتظار داشت که میدان الکتريکی اطراف آن متقارن باشد.

۸۲- گزینه ۳) با توجه به تعریف میدان الکتريکی به صورت  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$  درمی یابیم که میدان الکتريکی کمیته برداری بوده زیرا  $\vec{F}$  کمیته برداری و  $q_0$  کمیته نرده ای است. همچنین یکای آن در SI نیوتون بر کولن  $(\frac{N}{C})$  است.

۸۳- گزینه ۲) اگر بار  $q_2$  واقع در نقطه ی مورد نظر را خنثی کنیم، میدان الکتريکی در آن نقطه از بین نمی رود، چون بار الکتريکی  $q_1$  به عنوان مولد میدان الکتريکی حضور داشته و همین امر سبب وارد شدن نیروی الکتريکی به بار  $q_2$  شده است. پس می توانیم بار  $q_2$  را به عنوان بار الکتريکی آزمون واقع در آن نقطه در نظر بگیریم که به آن نیروی الکتريکی  $300N$  وارد شده است. اندازه ی این میدان الکتريکی از رابطه ی  $E = \frac{F}{|q_0|}$  قابل محاسبه است:

$$E = \frac{F}{|q_0|} = \frac{300}{6 \times 10^{-7}} = 5 \times 10^8 \frac{N}{C}$$

۸۴- گزینه ۴) با استفاده از رابطه ی  $E = \frac{F}{|q_0|}$ ، می توانیم بزرگی نیروی الکتريکی وارد بر بار الکتريکی واقع در میدان الکتريکی را به دست آوریم:

$$E = \frac{F}{|q_0|} \Rightarrow 2/5 \times 10^8 = \frac{F}{3/2 \times 10^{-6}} \Rightarrow F = 2/5 \times 10^8 \times 3/2 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-1} N$$

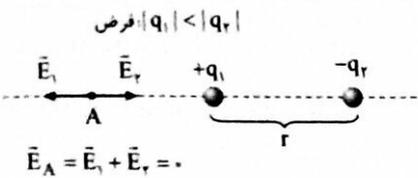
۸۵- گزینه ۲) با توجه به داده های مسأله طبق رابطه ی  $E = \frac{kq}{r^2}$ ، فاصله ی مورد نظر تا بار الکتريکی برابر خواهد بود با:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^8 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{36 \times 10^2}{9 \times 10^8} = 4 \times 10^{-2} \Rightarrow r = 2 \times 10^{-1} m = 20 cm$$

۸۶- گزینه ۳) اندازه ی میدان های الکتريکی را در دو موقعیت با استفاده از رابطه ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  تعیین کرده و این دو معادله را بر

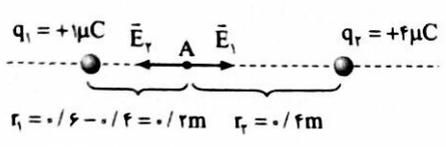
هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{kq}{r_2^2}}{\frac{kq}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{6}{54} = \left( \frac{d}{d+1/5} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left( \frac{d}{d+1/5} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{d}{d+1/5} \Rightarrow 2d = 1/5 \Rightarrow d = 0.75 m$$



**۸۷- گزینه‌ی ۲** اگر دو بار الکتریکی ناهمنام در فاصله‌ای مشخص از هم ثابت شده باشند، می‌توان نقطه‌ای را روی خط وصل این دو بار الکتریکی تعیین کرد به گونه‌ای که میدان الکتریکی برآیند در آن نقطه صفر باشد و به عبارت دیگر بردارهای میدان الکتریکی این دو بار در آن نقطه هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند. در این شرایط نقطه‌ی مورد نظر در امتداد خط وصل دو بار الکتریکی، خارج فاصله‌ی دو بار و همواره نزدیک به بار الکتریکی که دارای اندازه‌ی کوچک‌تری است، قرار دارد.

**۸۸- گزینه‌ی ۱** بردارهای میدان الکتریکی حاصل از این دو بار نقطه‌ای (که مثبت در نظر گرفتیم) را در نقطه‌ی مورد نظر که روی خط وصل و بین دو بار قرار دارد، مطابق شکل زیر نمایش می‌دهیم. اندازه‌ی این میدان‌ها را نیز با استفاده از رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$



$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = \frac{9}{4} \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(0.4)^2} = \frac{9}{4} \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2$$

به‌دست می‌آوریم:

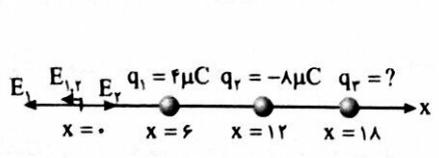
با توجه به شکل و اندازه‌های به‌دست آمده برای این دو میدان الکتریکی در می‌یابیم که در نقطه‌ی A، میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  یک‌دیگر را خنثی کرده و میدان الکتریکی برآیند در این نقطه صفر است:

$E_A = E_1 - E_2 = 0$

**۸۹- گزینه‌ی ۱** در نقطه‌ی M که فاصله‌ی دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  است، میدان الکتریکی برآیند صفر است. پس نتیجه می‌گیریم که بارهای  $q_1$  و  $q_2$  ناهمنام هستند و نسبت اندازه‌ی این دو بار نقطه‌ای برابر است با:

$$\vec{E}_M = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{10^2} = \frac{q_2}{2^2} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{4}{100} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{1}{25}$$

**۹۰- گزینه‌ی ۲** راه‌حل اول، مطابق شکل میدان بار  $q_1$  در  $x=0$  به سمت چپ و میدان بار  $q_2$  در  $x=0$  به سمت راست است.



$$\begin{cases} E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{4}{36} = \frac{k}{9} \\ E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = k \frac{8}{12^2} = \frac{k}{18} \end{cases} \Rightarrow E_1 > E_2 \Rightarrow E_{1,2} = E_1 - E_2 = \frac{k}{18}$$

در این صورت برای آن که میدان در نقطه‌ی  $x=0$  صفر شود باید بار  $q_3$  نیز منفی بوده و میدان آن رو به سمت راست و مقدار آن برابر  $\frac{k}{18}$  باشد، از این رو:

$$E_r = k \frac{q_r}{r_r^2} \Rightarrow \frac{k}{18} = k \frac{|q_r|}{18 \times 18} \Rightarrow |q_r| = 18 \Rightarrow q_r = -18 \mu C$$

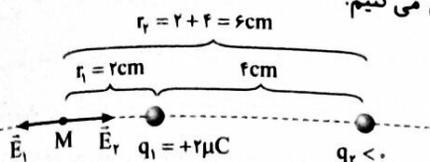
راه‌حل دوم، برآیند میدان در نقطه‌ی  $x=0$  باید صفر شود و چون سه بار الکتریکی (میدان) روی یک امتداد قرار دارند، می‌توان جهت بردارها را به علامت بار آن‌ها نسبت داد از این رو:

$$\sum E = 0 \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} + k \frac{q_2}{r_2^2} + k \frac{q_3}{r_3^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{36} + \frac{-8}{144} + \frac{q_3}{18^2} = 0$$

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{-q_3}{18 \times 18} \Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{-q_3}{18 \times 18} \Rightarrow q_3 = -18 \mu C$$

⑧ **۹۱- گزینهی ۴** ابتدا لازم است که با توجه به حالت اولیهی توصیف شده، نوع و اندازهی بار الکتریکی  $q_2$  را تعیین کنیم. چون نقطه‌ی M خارج فاصله‌ی دو بار الکتریکی است، پس بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  ناهمنام بوده و چون بار  $q_1$  مثبت است، پس بار

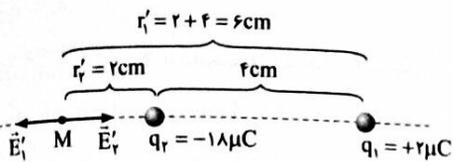
$q_2$  از نوع منفی می‌باشد. اندازه‌ی این بار را با توجه به شکل و محاسبات زیر تعیین می‌کنیم:



$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{+2}{2^2} = \frac{q_2}{6^2} \Rightarrow q_2 = -18 \mu C$$

و همان‌طور که بیان کردیم از نوع منفی است.

برای حالت دوم که جای دو بار الکتریکی عوض شده است می‌توانیم شکل زیر را در نظر بگیریم و بر مبنای آن اندازه‌ی هر یک از میدان‌های الکتریکی و اندازه‌ی میدان الکتریکی برآیند را در نقطه‌ی M محاسبه کنیم:

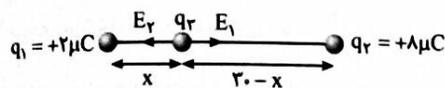


$$E_1' = \frac{kq_1}{r_1'^2} \Rightarrow E_1' = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 0.5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2' = \frac{kq_2}{r_2'^2} \Rightarrow E_2' = \frac{9 \times 10^9 \times 18 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 4.5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}'_M = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \Rightarrow E'_M = E_2' - E_1' = 4.5 \times 10^7 - 0.5 \times 10^7 = 4.0 \times 10^7 = 4 \times 10^8 \frac{N}{C}$$

⑧ **۹۲- گزینهی ۱** میدان الکتریکی دو بار همنام  $q_1 = +2 \mu C$  و  $q_2 = +8 \mu C$  در نقطه‌ای بین آن‌ها و نزدیک بار کوچک‌تر صفر



می‌شود. بنابراین بار سوم باید نزدیک بار  $q_1$  و بین  $q_1$  و  $q_2$  قرار گیرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(20-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{20-x} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

برای آن که میدان الکتریکی ناشی از بار  $q_1$  و  $q_2$  در محل بار  $q_3$  صفر شود،

باید  $q_1$  و  $q_2$  ناهمنام باشند تا میدان آن‌ها در محل  $q_3$  در خلاف جهت هم باشد، یعنی  $q_3$  باید منفی باشد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{3.0^2} = \frac{|q_2|}{2.0^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{8}{9} \mu C$$

⑧ **۹۳- گزینهی ۴** دو بار همنام هستند و بار آن‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد ولی به هر حال در محل  $d_1$  (بین دو بار) باید میدان‌های آن‌ها برابر و در خلاف جهت هم باشد

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{d_1^2} = k \frac{4q_1}{(r-d_1)^2} \Rightarrow d_1 = \frac{r}{3}$$

تا برآیند میدان‌ها صفر شود.

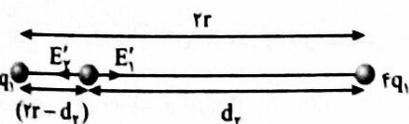
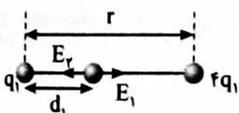
فاصله‌ی بین دو بار را دو برابر کرده‌ایم، در این صورت:

$$E_1' = E_2'$$

$$\frac{kq_1}{(2r-d_2)^2} = k \frac{4q_1}{d_2^2} \Rightarrow \frac{1}{2r-d_2} = \frac{2}{d_2} \Rightarrow 4r-2d_2 = d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{4}{3}r$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{r}{3}} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 4$$

در نتیجه:



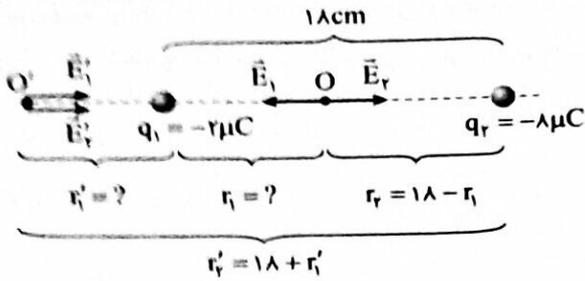
⑧ **۹۴- گزینهی ۲** برای نقطه‌ی مورد نظر که در آن اندازه‌ی میدان‌های

الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای  $-Q_1$  و  $+Q_2$  یکسان است، می‌توانیم شکل

روبرو را در نظر بگیریم. با توجه به رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  نسبت اندازه‌ی این دو بار

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kQ_1}{r_1^2} = \frac{kQ_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{Q_1}{4.0^2} = \frac{Q_2}{6.0^2} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{6.0^2}{4.0^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:



**۹۵- گزینه ۴** در دو مکان اندازه‌ی میدان الکتریکی دو بار نقطه‌ای  $q_1 = -2 \mu C$  و  $q_2 = -8 \mu C$  روی خط واصل دو بار یکسان است. یک موقعیت بین دو بار الکتریکی و در نقطه‌ی O و موقعیت دیگر خارج دو بار الکتریکی و در نقطه‌ی O'، هر دو نقطه‌ی مورد نظر به بار الکتریکی کوچک‌تر یعنی  $q_1$ ، نزدیک‌ترند. با توجه به رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$ ، فاصله‌ی  $r_1$  و  $r_1'$  را محاسبه کرده تا بتوانیم فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی O و O' را به دست آوریم:

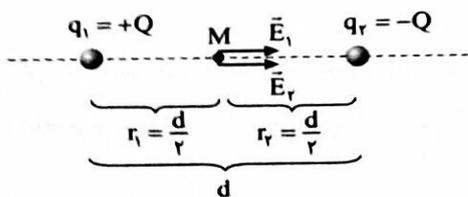
$$O \text{ در نقطه‌ی } E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1^2} = \frac{8}{(18-r_1)^2} \Rightarrow \left(\frac{r_1}{18-r_1}\right)^2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{18-r_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_1 = 6 \text{ cm}$$

$$O' \text{ در نقطه‌ی } E_1' = E_2' \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1'^2} = \frac{kq_2}{r_2'^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1'^2} = \frac{8}{(18+r_1')^2} \Rightarrow \left(\frac{r_1'}{18+r_1'}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1'}{18+r_1'} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_1' = 18 \text{ cm}$$

$$O' \text{ و } O \text{ فاصله‌ی نقاط } OO' = r_1 + r_1' = 6 + 18 = 24 \text{ cm}$$

**۹۶- گزینه ۲** میدان الکتریکی در محل بار  $q_1$  حاصل نیروی الکتریکی است که بار  $q_2$  در این نقطه به بار  $q_1$  وارد می‌کند. یعنی در این نقطه بار  $q_1$  در حکم بار آزمون و بار  $q_2$  در حکم بار الکتریکی مولد میدان الکتریکی است. چون بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  هم‌اندازه و ناهمنام هستند، برداشتن مقداری بار از  $q_1$  و افزودن آن به  $q_2$  سبب می‌شود که مقداری از بار هر کدام خنثی و کم شده و در نتیجه اندازه‌ی هر دو بار الکتریکی کاهش یابد. با توجه به رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$ ، می‌فهمیم که با کاهش اندازه‌ی بار الکتریکی  $q_1$ ، اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از آن در محل بار نقطه‌ی  $q_1$  کاهش می‌یابد.

**۹۷- گزینه ۴** اگر فاصله‌ی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای را d فرض کنیم، با توجه به توضیحات مسأله مقدار  $\frac{kQ}{d^2}$  برابر E تعریف شده است. جهت بردار میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای  $-Q$  و  $+Q$  در وسط فاصله‌ی بین آن‌ها، یعنی نقطه‌ی M به شکل زیر بوده و مقدار هر یک از این میدان‌ها بر حسب E به صورت زیر محاسبه می‌شود:

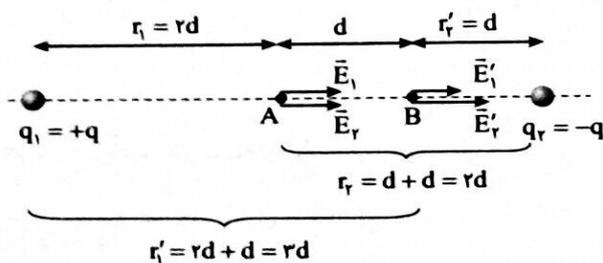


$$\begin{cases} q_1 = |q_2| = Q \\ r_1 = r_2 = \frac{d}{2} \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k \times Q}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 4 \times \frac{kQ}{d^2} \Rightarrow E_1 = 4E \Rightarrow E_2 = 4E$$

این دو میدان هم‌جهت هستند، پس برآیند آن‌ها بر حسب E برابر است با:  
 $\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_M = E_1 + E_2 \Rightarrow E_M = 4E + 4E = 8E$

**۹۸- گزینه ۳** بردارهای میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ی  $+q$  و  $-q$  در نقاط A و B مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی برآیند این میدان‌ها در نقطه‌ی A برابر E تعریف شده است.

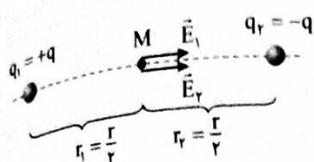


$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{kq}{(rd)^2} = \frac{kq}{rd^2}, \quad E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{kq}{(d)^2} = \frac{kq}{d^2}$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_A = E_1 + E_2 = \frac{kq}{rd^2} + \frac{kq}{d^2} = \frac{kq}{d^2} = E \Rightarrow \frac{kq}{d^2} = 2E$$

$$E_1' = \frac{kq_1}{r_1'^2} \Rightarrow E_1' = \frac{k \times q}{(rd)^2} = \frac{kq}{rd^2}, \quad E_2' = \frac{kq_2}{r_2'^2} \Rightarrow E_2' = \frac{k \times q}{d^2} = \frac{kq}{d^2}$$

$$\vec{E}_B = \vec{E}_1' + \vec{E}_2' \Rightarrow E_B = E_1' + E_2' = \frac{kq}{rd^2} + \frac{kq}{d^2} = \frac{10}{9} \frac{kq}{d^2} \Rightarrow E_B = \frac{10}{9} \times 2E = \frac{20}{9} E$$



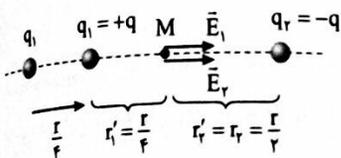
۹۹- گزینه‌ی ۴ (A) در حالت اول می‌توانیم شکل روبه‌رو را در نظر بگیریم. در این حالت در نقطه‌ی M میدان الکتریکی برابر E تعریف شده است:

$$\begin{cases} q_1 = |q_2| = q \\ r_1 = r_2 = \frac{r}{2} \Rightarrow E_1 = E_2 \end{cases}$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k \times q}{(\frac{r}{2})^2} = 4 \frac{kq}{r^2} \Rightarrow E_2 = 4 \frac{kq}{r^2}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_M = E_1 + E_2 = \frac{4kq}{r^2} + \frac{4kq}{r^2} = 8 \frac{kq}{r^2} = E \Rightarrow \frac{kq}{r^2} = \frac{E}{8}$$

برای حالت دوم که یکی از بارها را به اندازه‌ی  $\frac{r}{4}$  به دیگری نزدیک می‌کنیم، می‌توانیم شکل زیر را رسم کنیم. در این حالت فرقی نمی‌کند که کدام یک از بارهای  $q_1$  یا  $q_2$  را به دیگری نزدیک کنیم. با استفاده از روابط میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای، میدان



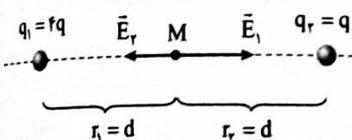
بر آیند در نقطه‌ی M را بر حسب E تعیین می‌کنیم:

$$E'_1 = \frac{kq_1}{r_1'^2} \Rightarrow E'_1 = \frac{k \times q}{(\frac{r}{4})^2} = 16 \frac{kq}{r^2}, \quad E'_2 = E_2 = \frac{4kq}{r^2}$$

$$\vec{E}'_M = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \Rightarrow E'_M = E'_1 + E'_2 = 16 \frac{kq}{r^2} + 4 \frac{kq}{r^2} = 20 \frac{kq}{r^2} \Rightarrow E'_M = 20 \times \frac{E}{8} = 2.5E$$

۱۰۰- گزینه‌ی ۳ (A) اگر دو بار الکتریکی همنام باشند، میدان‌های الکتریکی آن‌ها در

فاصله‌ی بین بارها، خلاف جهت هم می‌باشند.



$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k \times q}{d^2} = \frac{4kq}{d^2}, \quad E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{k \times q}{d^2} = \frac{kq}{d^2}$$

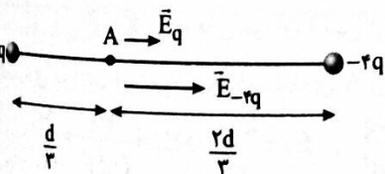
$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_M = E_1 - E_2 \Rightarrow 2q = \frac{4kq}{d^2} - \frac{kq}{d^2} \Rightarrow \frac{kq}{d^2} = \frac{2q}{3} = 8 \times \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow E_1 = 4 \times 8 = 32 \times \frac{N}{C}, \quad E_2 = 8 \times \frac{N}{C}$$

اگر بار الکتریکی کوچک‌تر، یعنی  $q_2 = q$  را خنثی کنیم، میدان الکتریکی حاصل از آن یعنی  $\vec{E}_2$  در نقطه‌ی M صفر شده و در این نقطه فقط میدان  $\vec{E}_1$  باقی می‌ماند، پس اندازه‌ی میدان الکتریکی جدید در نقطه‌ی M برابر خواهد شد با:

$$q_2 = 0 \Rightarrow E_2 = 0 \Rightarrow E_M = E_1 = 32 \times \frac{N}{C}$$

۱۰۱- گزینه‌ی ۱ (B) میدان بارهای q و -q را در محل A حساب می‌کنیم:



$$\begin{cases} E_q = \frac{kq}{(\frac{d}{3})^2} = \frac{9kq}{d^2} \\ E_{-q} = \frac{kq}{(\frac{2d}{3})^2} = \frac{9kq}{4d^2} \end{cases} \Rightarrow E_q = E_{-q}$$

میدان بر آیند در نقطه‌ی A برابر است با:

$$E = E_q + E_{-q} = 2E_{-q} = E \Rightarrow E_{-q} = E_q = \frac{E}{2}$$

وقتی بار q را خنثی می‌کنیم، فقط میدان  $E_{-q}$  در نقطه‌ی A باقی می‌ماند که در همان جهت قبل است:  $\vec{E}' = \frac{\vec{E}}{2}$

**۱۰۲- گزینه ۴** فرض می‌کنیم که بردارهای میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه‌ی  $M$ ، وسط فاصله‌ی دو بار به ترتیب  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  است. پس می‌توانیم در دو حالت گفته شده معادله‌های برداری زیر را بنویسیم:

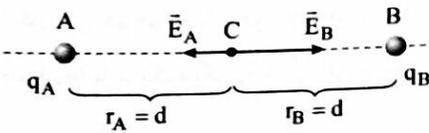
$$\begin{cases} \text{حالت اول: } \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \\ \text{حالت دوم: } q_1 = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 = 0 \Rightarrow \vec{E}'_M = \vec{E}_2 = -2\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_1 + (-2\vec{E}) = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = 3\vec{E}$$

پس اندازه‌ی این دو میدان الکتریکی برابر  $E_1 = 3E$  و  $E_2 = 2E$  خواهند شد. نسبت اندازه‌ی این دو میدان الکتریکی را با استفاده از رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  می‌نویسیم. تا نسبت اندازه‌ی دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  تعیین شود:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{kq_2}{r_2^2}}{\frac{kq_1}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{2E}{3E} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right) \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_1=r_2} \left|\frac{q_2}{q_1}\right| = \frac{2}{3}$$

چون جهت میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در نقطه‌ی  $M$  بین دو بار خلاف جهت یکدیگر می‌باشد ( $\vec{E}_1 = +3\vec{E}$  و  $\vec{E}_2 = -2\vec{E}$ ) به این نتیجه می‌رسیم که بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  همنام بوده و نسبت  $\frac{q_2}{q_1}$  برابر  $\frac{2}{3}$  است.

**۱۰۳- گزینه ۴** با توجه به داده‌های مسأله خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \text{حالت اول: } \vec{E}_A + \vec{E}_B = 3\vec{E}_1 \\ \text{حالت دوم: } q_B = 0 \Rightarrow \vec{E}_B = 0 \Rightarrow \vec{E}_A = -2\vec{E}_1 \end{cases} \Rightarrow -2\vec{E}_1 + \vec{E}_B = 3\vec{E}_1 \Rightarrow \vec{E}_B = 5\vec{E}_1$$

از آنجا که بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}_B = +5\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_A = -2\vec{E}_1$  در نقطه‌ی  $C$  و بین دو بار الکتریکی در خلاف جهت یکدیگر ظاهر شده‌اند نتیجه می‌گیریم که این دو بار نقطه‌ای همنام هستند و نسبت اندازه‌ی بارهای الکتریکی آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{kq_A}{r_A^2}}{\frac{kq_B}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{2E_1}{5E_1} = \left(\frac{q_A}{q_B}\right) \times \left(\frac{d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = \frac{2}{5} \Rightarrow |q_B| = \frac{5}{2}|q_A|$$

**۱۰۴- گزینه ۴** با توجه به رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  درمی‌یابیم هنگامی که به یک بار نقطه‌ای نزدیک می‌شویم، اندازه‌ی میدان الکتریکی

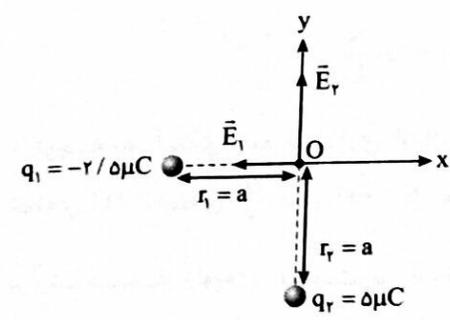
آن افزایش یافته و بر سایر میدان‌ها غالب می‌شود. به گونه‌ای که میدان الکتریکی برآیند را در این نواحی تحت تأثیر خود قرار داده و اندازه‌ی میدان الکتریکی بسیار بزرگ می‌شود. می‌دانیم که روی خط واصل و بین دو بار الکتریکی همنام  $q_1 = 2q$  و  $q_2 = q$  که به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  قرار گرفته‌اند، نقطه‌ای وجود دارد که اندازه‌ی میدان الکتریکی در آنجا حداقل و برابر صفر است. پس با توجه به این توضیحات اگر از نقطه‌ی  $A$  به طرف نقطه‌ی  $B$  برویم، ابتدا اندازه‌ی میدان الکتریکی از مقداری بزرگ به صفر کاهش یافته و پس از این نقطه از صفر به مقادیر بزرگ‌تر افزایش می‌یابد.

**۱۰۵- گزینه ۴** جهت میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای  $q_1 = -2/5 \mu C$  و

$q_2 = +5 \mu C$  در نقطه‌ی  $O$  مطابق شکل روبه‌رو است. با استفاده از رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$

با توجه به مقدار بارهای الکتریکی و فاصله‌ی آن‌ها تا نقطه‌ی  $O$  می‌توانیم اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  را در نقطه‌ی  $O$  به دست آوریم:

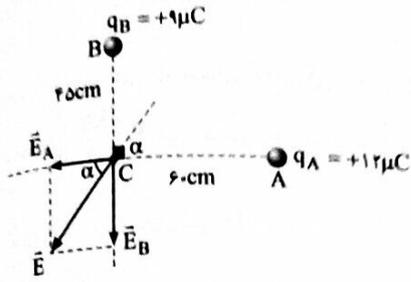
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{kq_1}{r_1^2}}{\frac{kq_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{3 \times 10^4} = \left(\frac{2/5}{5}\right) \times \left(\frac{a}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^4 = \frac{3}{2} \times 10^4 \frac{N}{C}$$



با توجه به جهت بردارهای  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  نسبت به محورهای مختصات  $x$  و  $y$  می‌توانیم این میدان‌ها را بر حسب  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  بیان کرده و برآیند آن‌ها را به صورت روبه‌رو بنویسیم:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_1 \times (-\vec{i}) = -\frac{3}{2} \times 10^4 \vec{i} \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 = E_2 \times (+\vec{j}) = 3 \times 10^4 \vec{j} \frac{N}{C} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(-\frac{3}{2}\vec{i} + 3\vec{j}\right) \times 10^4 \frac{N}{C}$$

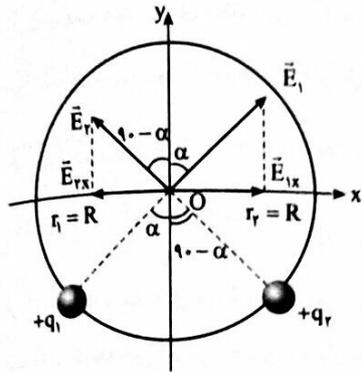
② ۱۰۶- گزینه ۱) بردارهای میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $q_A$  و  $q_B$  در نقطه‌ی C مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی این بردارها را با استفاده از رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  به دست آورده و زاویه‌ی بین برآیند این دو بردار را با امتداد افقی AC تعیین می‌کنیم.



$$E_A = \frac{kq_A}{r_A^2} \Rightarrow E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 3 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_B = \frac{kq_B}{r_B^2} \Rightarrow E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6}}{(4.5 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\tan \alpha = \frac{E_B}{E_A} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4 \times 10^5}{3 \times 10^5} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$



② ۱۰۷- گزینه ۴) بردارهای میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای همنام و مثبت  $q_1$  و  $q_2$  در مرکز دایره را مطابق شکل رسم می‌کنیم. چون برآیند میدان‌های الکتریکی هم‌جهت با محور  $q_1$ ها است، به این نتیجه می‌رسیم که مؤلفه‌های افقی این میدان‌ها باید یک‌دیگر را خنثی کرده باشند، پس با تجزیه‌ی میدان‌های الکتریکی و رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  نسبت  $\frac{q_1}{q_2}$  را تعیین می‌کنیم:

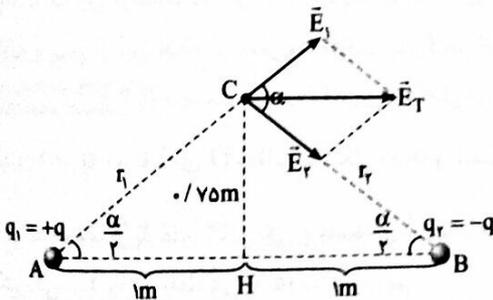
$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_1}{R^2}$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{kq_2}{R^2}$$

$$O \text{ نقطه‌ی } E_x = 0 \Rightarrow E_{1x} - E_{2x} = 0 \Rightarrow E_{1x} = E_{2x} \Rightarrow E_1 \times \sin \alpha = E_2 \times \sin(90 - \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1}{R^2} \times \sin \alpha = \frac{kq_2}{R^2} \times \cos \alpha \Rightarrow q_1 \sin \alpha = q_2 \cos \alpha \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

② ۱۰۸- گزینه ۴) در شکل زیر بردارهای میدان الکتریکی حاصل از این دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهمنام در نقطه‌ی C نشان داده شده است:

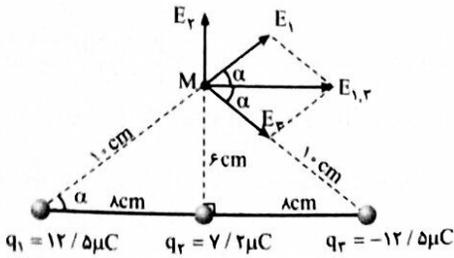


$$r_1 = r_2 = \sqrt{1^2 + (1/25)^2} = 1/25 \text{ m}$$

$$\begin{cases} q_1 = |q_2| = q \\ r_1 = r_2 = r = 1/25 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = 150 \frac{N}{C}$$

با توجه به رابطه‌ی جمع برداری، اندازه‌ی میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی C از رابطه‌ی  $E_T = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2}$  به دست می‌آید و چون این بردار برآیند، نیمساز زاویه‌ی  $\alpha$  است، بر پاره‌خط CH عمود بوده و به عبارت دیگر موازی پاره‌خط AB است. جهت این میدان الکتریکی در جهت A به B می‌باشد:

$$\begin{cases} E_T = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{1/25} = \frac{1}{25} \end{cases} \Rightarrow E_T = 2 \times 150 \times \frac{1}{25} = 12 \frac{N}{C}$$



۱۰۹- گزینه ۱ فاصله ی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  از نقطه ی  $M$  را به دست می آوریم:

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}$$

اندازه ی میدان الکتریکی بار  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه ی  $M$  یکسان است:

$$E_1 = E_2 \rightarrow E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow E_1 = E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 12 / 5 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 112 / 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

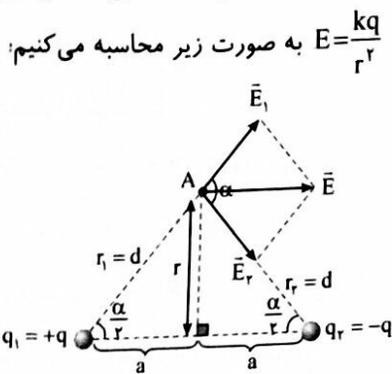
برآیند  $E_1$  و  $E_2$  را به دست می آوریم:

$$E_{1,2} = 2E_1 \cos \alpha = 2 \times 112 / 5 \times 10^5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 156.8 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_y = 9 \times 10^9 \times \frac{7 / 2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 10.9375 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

در این صورت میدان الکتریکی در نقطه ی  $M$  برابر خواهد شد با:  $E_M = \sqrt{E_{1,2}^2 + E_y^2} = \sqrt{(156.8 \times 10^5)^2 + (10.9375 \times 10^5)^2} = 157.5 \times 10^5 \frac{N}{C}$

۱۱۰- گزینه ۲ میدان های الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای نقطه ای  $q_1 = +q$  و  $q_2 = -q$  در نقطه ی  $A$ ، مطابق شکل زیر



$$\begin{cases} r_1 = r_2 = d, \quad d = \sqrt{r^2 + a^2} \Rightarrow E_1 = E_2 \\ |q_1| = |q_2| = q \end{cases}$$

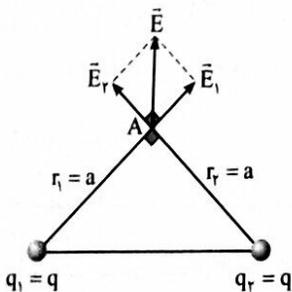
$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{kq}{(\sqrt{r^2 + a^2})^2} = \frac{kq}{r^2 + a^2} \Rightarrow E_r = \frac{kq}{r^2 + a^2}$$

چون این دو بردار هم اندازه می باشند، اندازه ی برآیند آن ها را می توانیم به صورت زیر به دست آوریم:

$$\begin{cases} E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{a}{d} = \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} \end{cases} \Rightarrow E = 2 \times \frac{kq}{r^2 + a^2} \times \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} = \frac{2kqa}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

با فرض  $r \gg a$  می توانیم در مخرج رابطه ی به دست آمده از مقدار  $a^2$  در برابر  $r^2$  صرف نظر کنیم و رابطه ی زیر را برای اندازه ی میدان الکتریکی برآیند در نقاط دور به دست آوریم:

$$E = \frac{2kqa}{(r^2)^{3/2}} = \frac{2kqa}{r^3} \xrightarrow{k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}} E = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{qa}{r^3} = \frac{2aq}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



۱۱۱- گزینه ۱ میدان های الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی یکسان

$q_1 = q_2 = q$  در رأس  $A$  مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین مطابق شکل روبه رو

$$\begin{cases} q_1 = q_2 = q \\ r_1 = r_2 = a \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2$$

در نقطه ی  $A$  اندازه ی برآیند این دو میدان الکتریکی برابر  $E$  است، پس می توانیم اندازه ی هر یک از میدان های الکتریکی را بر حسب  $E$  و از رابطه ی زیر تعیین کنیم:

$$E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow E = 2 \times E_1 \times \cos \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow E = 2 \times E_1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow E = \sqrt{2} E_1 \Rightarrow E_1 = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} E, \quad E_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} E$$

اگر یکی از بارهای  $q$  را حذف کنیم، یکی از میدان های الکتریکی  $E_1$  یا  $E_2$  در نقطه ی  $A$ ، صفر شده و تنها یکی از میدان های الکتریکی با مقدار  $\frac{\sqrt{2}}{2} E$  باقی می ماند که همان میدان الکتریکی برآیند ثانویه خواهد بود. پس در این شرایط میدان الکتریکی در

رأس  $A$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2} E$  خواهد شد.

۱۱۲- گزینه‌ی ۲ (A) مطابق شکل میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی A، یعنی  $\vec{E}$  را در امتداد اضلاع

AB و AC مثلث متساوی‌الاضلاع ABC تجزیه می‌کنیم. تا میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  به دست آید. با توجه جهت میدان‌های الکتریکی  $E_1$  و  $E_2$  نتیجه می‌گیریم که بار  $q_1$  منفی و بار  $q_2$  مثبت است. با توجه به شکل میدان الکتریکی برآیند ( $\vec{E}$ ) نیمساز زاویه‌ی  $120^\circ$  است که بین میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  ساخته شده است. پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  هم‌اندازه می‌باشند. در شکل رسم شده دیده می‌شود که فاصله‌ی دو بار الکتریکی تا رأس A یکسان است. اکنون با استفاده از رابطه‌ی  $E = \frac{kq}{r^2}$  می‌توانیم نسبت اندازه‌ی دو بار الکتریکی را تعیین کنیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \xrightarrow{r_1=r_2=a} |q_1| = |q_2|$$

۱۱۳- گزینه‌ی ۳ (B) میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی A ( $\vec{E}$ ) را مطابق شکل زیر در راستای اضلاع

مثلث متساوی‌الاضلاع تجزیه می‌کنیم. تا میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  به دست آیند.

با توجه به این که جهت  $\vec{E}_1$  به سمت  $q_1$  و جهت  $\vec{E}_2$  به طرف بیرون  $q_2$  است، به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی  $q_1$  از نوع منفی و بار الکتریکی  $q_2$  از نوع مثبت است. از شکل رسم شده پیداست که بردار میدان الکتریکی برآیند ( $\vec{E}$ ) به سمت بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  متمایل بوده و با آن زاویه‌ی کوچک‌تری می‌سازد، پس اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  از اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_2$  بزرگ‌تر است و خواهیم داشت:

$$r_1 = r_2 = a, \quad E = \frac{kq}{r^2}$$

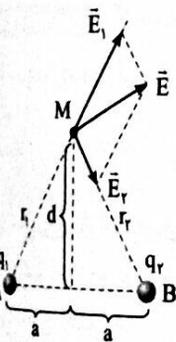
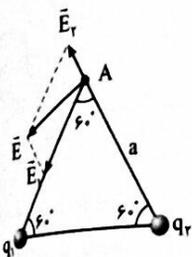
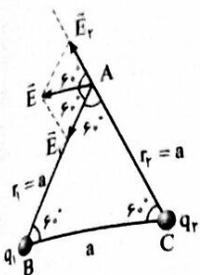
$$E_1 > E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} > \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{a^2} > \frac{|q_2|}{a^2} \Rightarrow |q_1| > |q_2|$$

۱۱۴- گزینه‌ی ۲ (B) میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه‌ی M را در راستای اضلاع AM و BM از مثلث

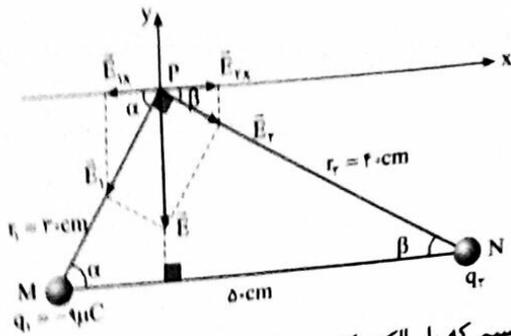
متساوی‌الساقین AMB تجزیه می‌کنیم. تا میدان‌های حاصل از بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$ ، یعنی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  مشخص شوند.

با توجه به جهت به دست آمده برای میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  می‌فهمیم که بار  $q_1$  مثبت و بار  $q_2$  منفی است. چون میدان الکتریکی برآیند به سمت میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  متمایل بوده و با آن زاویه‌ی کوچک‌تری می‌سازد، نتیجه می‌گیریم که اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  از اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_2$  بزرگ‌تر است، پس می‌توانیم مقایسه‌ی زیر را بین اندازه‌ی بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  انجام دهیم:

$$E_1 > E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} > \frac{k|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow{r_1=r_2} |q_1| > |q_2| \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} < 1 \xrightarrow{q_2 \text{ و } q_1 \text{ ناممکن}} -1 < \frac{q_2}{q_1} < 0$$



۱۱۵- گزینه ۴)  $\vec{E}$  را در امتداد اضلاع مثلث MPN تجزیه می‌کنیم



$$MN = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

$$\cos \alpha = \frac{PM}{NM} = \frac{3}{5}$$

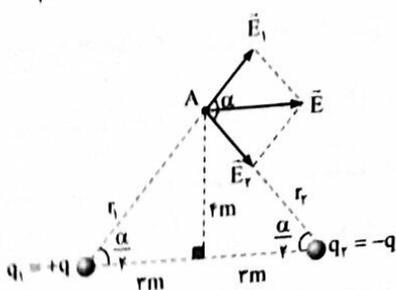
$$\cos \beta = \frac{PN}{MN} = \frac{4}{5}$$

با توجه به جهت به دست آمده برای میدان الکتریکی  $\vec{E}_2$  به این نتیجه می‌رسیم که بار الکتریکی  $q_2$  از نوع منفی است. چون میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی P بر ضلع MN عمود است، نتیجه می‌گیریم که مؤلفه‌های افقی میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در نقطه‌ی P یک‌دیگر را خنثی نموده‌اند. پس می‌توانیم برای مقدار بار  $q_2$  محاسبه‌ی زیر را انجام دهیم:

$$E_x = 0 \Rightarrow E_{2x} - E_{1x} = 0 \Rightarrow E_{1x} = E_{2x} \Rightarrow E_1 \times \cos \alpha = E_2 \times \cos \beta \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} \times \frac{3}{5} = \frac{kq_2}{r_2^2} \times \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{3^2} \times 3 = \frac{|q_2|}{4^2} \times 4 \Rightarrow |q_2| = \frac{9 \times 3 \times 1600}{900 \times 4} = 12 \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -12 \mu\text{C}$$

۱۱۶- گزینه ۲) شکل روبه‌رو میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای در نقطه‌ی A را نشان می‌دهد. این دو میدان الکتریکی هم‌اندازه و برابر



$$r_1 = r_2 = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2} r = \sqrt{2} \times 5 \text{ m}$$

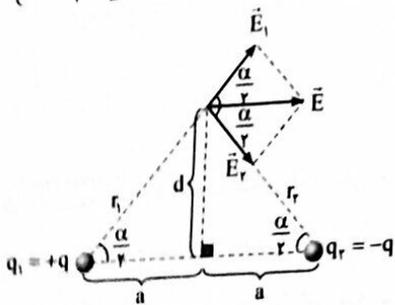
$$q_1 = |q_2| = q$$

$$E_1 = E_2 = 600 \frac{N}{C}$$

۶۰۰  $\frac{N}{C}$  می‌باشند.

اندازه‌ی برآیند این دو میدان الکتریکی هم‌اندازه در نقطه‌ی A را می‌توانیم با توجه به رابطه‌ی زیر تعیین کنیم:

$$\begin{cases} E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{\sqrt{2}r} \end{cases} \Rightarrow E = 2 \times 600 \times \frac{r}{\sqrt{2}r} = 720 \frac{N}{C}$$

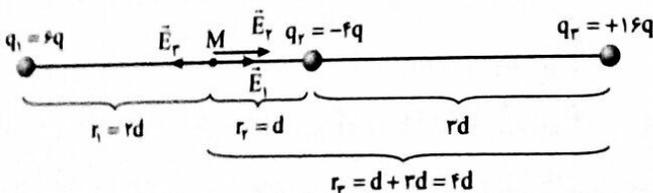


۱۱۷- گزینه ۳) با توجه به یکسان بودن اندازه‌ی بارها و فاصله‌ی آن‌ها تا نقطه‌ی مورد نظر این میدان‌ها هم‌اندازه بوده و برآیند آن‌ها نیمساز زاویه‌ی بین آن‌ها خواهد بود. پس می‌توانیم شکل روبه‌رو را برای این میدان‌ها رسم کنیم:

$$\begin{cases} r_1 = r_2 = \sqrt{a^2 + d^2} \Rightarrow E_1 = E_2 \\ q_1 = |q_2| = q \end{cases}$$

با توجه به شکل رسم شده میدان  $\vec{E}$  بر عمودمنصف دو قطبی الکتریکی عمود بوده و با راستای محور دو قطبی موازی خواهد بود.

۱۱۸- گزینه ۲) جهت بردار میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  را در نقطه‌ی M مشخص می‌کنیم و اندازه‌ی هر یک از میدان‌ها را به دست آورده، سپس برآیند آن‌ها را تعیین می‌کنیم:



$$E = \frac{kq}{d^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{k \times 6q}{(rd)^2} = \frac{6}{4} \frac{kq}{d^2} = 1.5E \\ E_2 = \frac{k \times 4q}{d^2} = 4 \frac{kq}{d^2} = 4E \\ E_3 = \frac{k \times 16q}{(2d)^2} = \frac{16kq}{4d^2} = 4E \end{cases}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \Rightarrow E_M = E_1 + E_2 - E_3 = 1.5E + 4E - 4E = 1.5E$$

۱۱۹- گزینه‌ی ۲) میدان‌های الکتریکی بار  $q_1$  و  $q_2$  روی محور  $x$  ها مساوی و هم‌جهت

بوده و با هم جمع می‌شوند:

$$E_1 = E_2 = k \frac{q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{10^{-2}}$$

$$E_1 = E_2 = 3/6 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$E_x = E_1 + E_2 = 3/6 \times 10^6 + 3/6 \times 10^6 = 7/2 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

میدان الکتریکی بار  $q_3$  روی محور  $y$  ها و در خلاف جهت آن است:

$$E_y = E_r = k \frac{q_r}{r^2} \Rightarrow E_y = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 5/4 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} \Rightarrow \vec{E} = (7/2 \vec{i} - 5/4 \vec{j}) \times 10^6$$

بردار میدان الکتریکی در مبدأ مختصات برابر خواهد شد با:

۱۲۰- گزینه‌ی ۱) میدان‌های الکتریکی چهار بار نقطه‌ای  $q_1, q_2, q_3, q_4$

$q_4$  و  $q_3$  را مطابق شکل در نقطه‌ی  $O$  رسم می‌کنیم. بارهای

الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  با هم برابرند و فاصله‌ی آن‌ها تا نقطه‌ی  $O$

یکسان است. پس میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  یک‌دیگر را خنثی کرده و

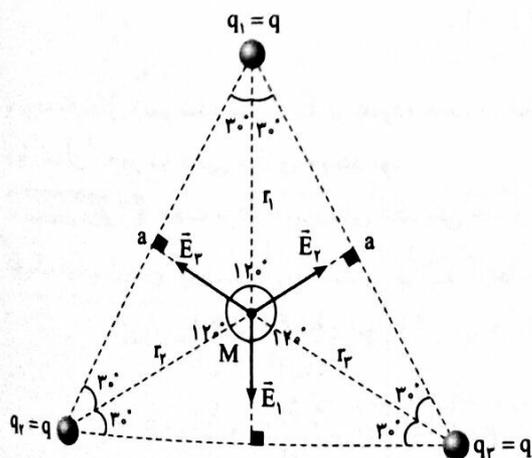
اگر بخواهیم میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی  $O$  برابر صفر باشد،

باید میدان‌های  $\vec{E}_3$  و  $\vec{E}_4$  نیز یک‌دیگر را خنثی کنند. بر همین

مبنا، فاصله‌ی جدید بار  $q_4$  را تا نقطه‌ی  $O$  محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0 \Rightarrow \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0 \Rightarrow E_3 = E_4 \Rightarrow \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{kq_4}{r_4^2} \Rightarrow \frac{3}{6^2} = \frac{27}{r_4^2} \Rightarrow r_4^2 = \frac{27 \times 36}{3} \Rightarrow r_4 = \sqrt{9 \times 36} = 18 \text{ cm}$$

به طرف راست جابه‌جا می‌شود  $\Rightarrow x = 18 - 14 = 4 \text{ cm}$  : جابه‌جایی بار الکتریکی  $q_4$



۱۲۱- گزینه‌ی ۱) میدان‌های الکتریکی حاصل از این سه بار

نقطه‌ای مساوی و همنام در محل تقاطع میانه‌های مثلث، هم‌اندازه

می‌باشند (فاصله‌ها یکسان است). این سه بردار میدان الکتریکی

با هم زاویه‌های یکسان و برابر  $120^\circ$  می‌سازند، پس برآیند آن‌ها

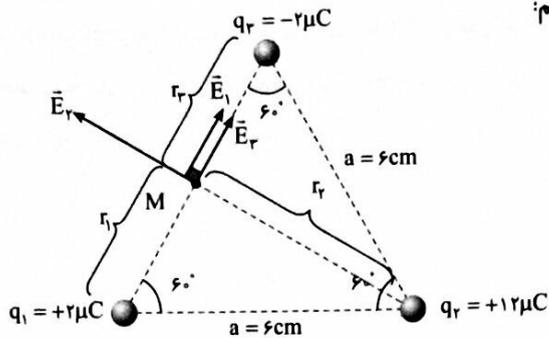
در نقطه‌ی  $M$  برابر صفر خواهد بود:

$$\begin{cases} r_1 = r_2 = r_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} a \Rightarrow E_1 = E_2 = E_3 \\ q_1 = q_2 = q_3 = q \end{cases}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E}_M = 0$$

برای به دست آوردن  $r_1, r_2, r_3$  می‌توانید از رابطه‌ی  $R = 2a \cos \frac{\alpha}{2}$  استفاده کنید.

۱۲۲- گزینه ۴) بردارهای میدان‌های الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای الکتریکی  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  را در نقطه‌ی  $M$ ، رسم کرده و اندازه‌ی هر یک را به دست می‌آوریم. در انتها برآیند آن‌ها را حساب می‌کنیم:



$$r_1 = r_2 = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{r_2}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r_2}{6} \Rightarrow r_2 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$q_1 = |q_2| = 2\mu\text{C} \Rightarrow E_1 = E_2$$

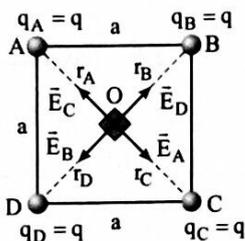
$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow E_2 = 2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E' = E_1 + E_2 = 2 \times 10^7 + 2 \times 10^7 = 4 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} \Rightarrow E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6})}{(3\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

میدان‌های  $\vec{E}'$  و  $\vec{E}_3$  بر هم عمود بوده و میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی  $M$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{E}_M = \vec{E}' + \vec{E}_3 \Rightarrow E_M = \sqrt{E'^2 + E_3^2} = \sqrt{(4 \times 10^7)^2 + (4 \times 10^7)^2} = 4\sqrt{2} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

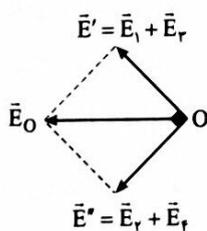
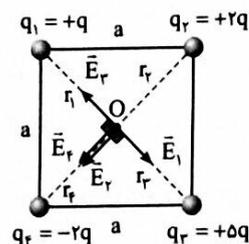


۱۲۳- گزینه ۴) با توجه به رابطه  $E = \frac{kq}{r^2}$  میدان الکتریکی حاصل از بارها در مرکز مربع یعنی نقطه‌ی  $O$ .

یکسان است. اگر بارها را مثبت در نظر بگیریم، میدان‌ها در مرکز مربع مانند شکل روبه‌رو خواهند بود.

$$\begin{cases} r_A = r_B = r_C = r_D = \frac{\sqrt{2}}{2} a \Rightarrow E_A = E_B = E_C = E_D = E \\ q_A = q_B = q_C = q_D = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}_A + \vec{E}_C = \vec{0} \\ \vec{E}_B + \vec{E}_D = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D = \vec{0}$$



۱۲۴- گزینه ۳) میدان‌های الکتریکی حاصل از این چهار

بارالکتریکی نقطه‌ای را در مرکز مربع رسم کرده و اندازه‌ی هر کدام را نیز در نقطه‌ی  $O$  به دست می‌آوریم:

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} a = r$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq}{r^2} = \sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \begin{cases} E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{k \times 2q}{r^2} = 2 \frac{kq}{r^2} = 2\sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{k \times 5q}{r^2} = 5 \frac{kq}{r^2} = 5\sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_4 = \frac{kq_4}{r_4^2} = \frac{k \times 2q}{r^2} = 2 \frac{kq}{r^2} = 2\sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$

بردارهای  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در خلاف جهت هم می‌باشند، پس برآیند آن‌ها برابر خواهد شد با:

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E' = E_2 - E_1 = 5\sqrt{2} \times 10^5 - \sqrt{2} \times 10^5 = 4\sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

بردارهای  $\vec{E}_3$  و  $\vec{E}_4$  هم جهت می‌باشند، پس برآیند آن‌ها برابر خواهد شد با:

$$\vec{E}'' = \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \Rightarrow E'' = E_3 + E_4 = 5\sqrt{2} \times 10^5 + 2\sqrt{2} \times 10^5 = 7\sqrt{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

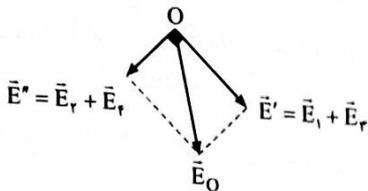
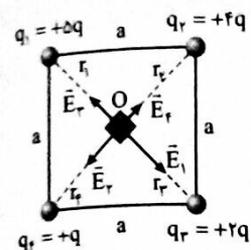
برآیند میدان‌های  $\vec{E}'$  و  $\vec{E}''$  که بر هم عمود می‌باشند، میدان الکتریکی نقطه‌ی  $O$  را مشخص می‌کند.

$$\vec{E}_O = \vec{E}' + \vec{E}'' \Rightarrow E_O = \sqrt{E'^2 + E''^2} = \sqrt{(4\sqrt{2} \times 10^5)^2 + (7\sqrt{2} \times 10^5)^2} = 8 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(B)

۱۲۵- گزینه ۴

میدان‌های الکتریکی بارهای نقطه‌ای را در مرکز مربع رسم و اندازه‌ی هر یک از آن‌ها را بر حسب مقدار  $E$  داده شده در سؤال محاسبه می‌کنیم. در انتها برآیندشان را به دست می‌آوریم:



$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} a = r$  , فرض مساله:  $E = \frac{kq}{r^2}$

$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k \times \Delta q}{r^2} = \frac{\Delta kq}{r^2} = \Delta E$  ,  $E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{k \times \Delta q}{r^2} = \frac{\Delta kq}{r^2} = \Delta E$

$E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} \Rightarrow E_3 = \frac{k \times q}{r^2} = \frac{qk}{r^2} = E$  ,  $E_4 = \frac{kq_4}{r_4^2} \Rightarrow E_4 = \frac{k \times 2q}{r^2} = \frac{2kq}{r^2} = 2E$

میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در خلاف جهت یکدیگر هستند و برآیند آن‌ها برابر خواهد شد با:

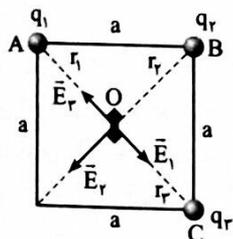
$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E' = E_1 - E_2 = \Delta E - 2E = -\Delta E$

میدان‌های  $\vec{E}_3$  و  $\vec{E}_4$  نیز در خلاف جهت هم بوده و برآیند آن‌ها برابر خواهد شد با:

$\vec{E}'' = \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \Rightarrow E'' = E_3 - E_4 = E - 2E = -E$

بردارهای  $\vec{E}'$  و  $\vec{E}''$  بر هم عمود می‌باشند و برآیند آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$\vec{E}_0 = \vec{E}' + \vec{E}'' \Rightarrow E_0 = \sqrt{E'^2 + E''^2} = \sqrt{(\Delta E)^2 + (E)^2} = \sqrt{2} E$



(B)

۱۲۶- گزینه ۲

در شکل روبه‌رو میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در مرکز مربع (نقطه‌ی O) نشان داده شده‌اند. اگر بخواهیم با قرار دادن بار  $q_3$  در نقطه‌ی C، میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی O در راستای OB قرار گیرد، باید میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$  با  $\vec{E}_3$  خنثی شود. پس  $q_1$  و  $q_3$  همانم هستند. اکنون نسبت اندازه‌ی این دو بار الکتریکی را تعیین می‌کنیم:

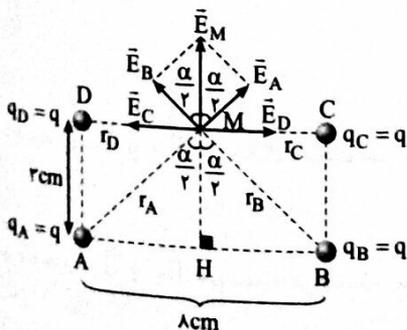
$E_1 = E_3 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_3}{r_3^2} \xrightarrow{r_1=r_3=\frac{\sqrt{2}}{2}a} q_1 = q_3$

(B)

۱۲۷- گزینه ۲

میدان‌های الکتریکی چهار بار الکتریکی نقطه‌ای را در نقطه‌ی M

رسم می‌کنیم.



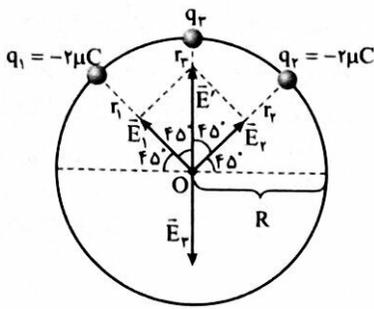
$$\begin{cases} r_C = r_D = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2} = r_{cm} \\ r_A = r_B = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2} r_{cm} = \frac{\sqrt{2}}{2} a \\ q_A = q_B = q_C = q_D = q \end{cases} \Rightarrow E_C = E_D, E_B = E_A$$

میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_C$  و  $\vec{E}_D$  در خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. پس میدان الکتریکی نقطه‌ی M حاصل برآیند میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_A$  و  $\vec{E}_B$  است. داریم:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$
  

$$\Rightarrow E_M = 2E_A \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow E_M = 2 \times E_1 \times \frac{r}{a} = \frac{2}{\sqrt{2}} E_1$$

۱۷۸- گزینه‌ی ۲ اگر برآیند میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  را  $\vec{E}'$  بنامیم، میدان الکتریکی  $\vec{E}_3$  باید در خلاف جهت  $\vec{E}'$  و به سمت پایین باشد تا برآیند میدان‌های الکتریکی در نقطه‌ی O برابر صفر شود. پس با توجه به جهت  $\vec{E}_3$  نتیجه می‌گیریم که بار  $q_3$  از نوع مثبت است.



$$r_1 = r_2 = r_3 = R, \quad q_1 = q_2 = -2\mu C \Rightarrow E_1 = E_2$$

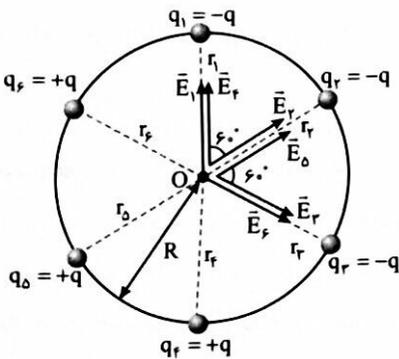
$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k \times 2}{R^2} = E_2$$

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E' = \sqrt{2}E_1 = \frac{2\sqrt{2}k}{R^2}$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}' + \vec{E}_3 = 0 \Rightarrow E' = E_3 \Rightarrow 2\sqrt{2} \times \frac{k}{R^2} = \frac{k \times q_3}{R^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 2\sqrt{2}\mu C \Rightarrow q_3 = +2\sqrt{2}\mu C$$

۱۷۹- گزینه‌ی ۲ میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای را مطابق شکل و محاسبات زیر در نقطه‌ی O و بر حسب مقدار تعریف شده در سؤال ( $E = \frac{kq}{R^2}$ ) تعیین کرده و سپس برآیندشان را بر حسب E حساب می‌کنیم.



$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = R$$

$$|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4| = |q_5| = |q_6| = q \Rightarrow E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6 = \frac{kq}{R^2} = E$$

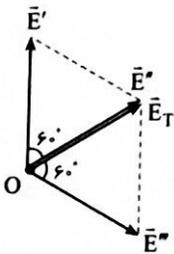
میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$ ،  $\vec{E}_3$  و  $\vec{E}_4$ ،  $\vec{E}_5$  و  $\vec{E}_6$  دو به دو هم جهت بوده و اندازه‌ی برآیند آن‌ها برابر خواهد شد با:

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E' = 2E_1 = 2E$$

$$\vec{E}'' = \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \Rightarrow E'' = 2E_3 = 2E$$

$$\vec{E}''' = \vec{E}_5 + \vec{E}_6 \Rightarrow E''' = 2E_5 = 2E$$

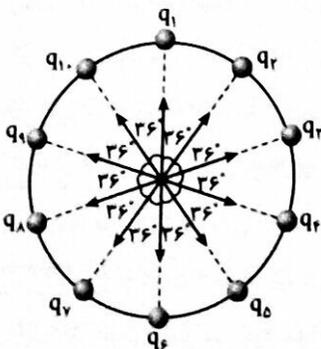
این سه میدان الکتریکی هم‌اندازه و برابر  $2E$  با هم زاویه‌ی  $60^\circ$  می‌سازند و مطابق شکل زیر برآیند آن‌ها برابر  $4E$  خواهد شد.



$$\vec{E}_T = \vec{E}' + \vec{E}'' \Rightarrow E_T = 2E' \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 2E \times \cos 60^\circ = 2E$$

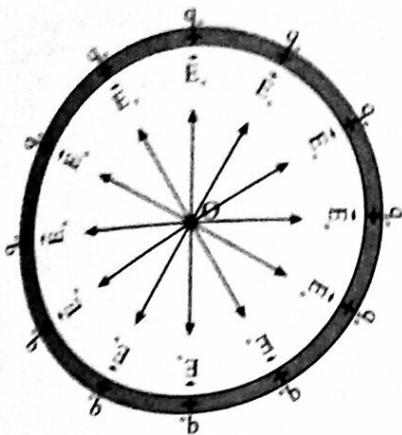
$$\vec{E}_O = \vec{E}''' + \vec{E}_T \Rightarrow E_O = E''' + E_T = 2E + 2E = 4E$$

۱۷۲- گزینه‌ی ۱ میدان الکتریکی این بارهای نقطه‌ای را در مرکز دایره رسم می‌کنیم. چون فاصله‌ی بین هر دو بار الکتریکی مجاور روی محیط دایره یکسان است، بردارهای میدان الکتریکی، دو به دو در خلاف جهت هم قرار می‌گیرند.



$$\begin{cases} r_1 = r_2 = \dots = r_{12} = R = 6 \text{ cm} \\ |q_1| = |q_2| = \dots = |q_{12}| = 4 \mu C = q \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = \dots = E_{12} = \frac{kq}{R^2}$$

پس تمامی این میدان‌ها هم‌اندازه هستند و چون دو به دو یک‌دیگر را خنثی می‌کنند به این نتیجه می‌رسیم که میدان الکتریکی برآیند در مرکز این دایره صفر است.



(B) ۱۳۱- گزینه‌ی ۲ چون سیم رسانا و نازک را به صورت یک حلقه‌ی دایره‌ای شکل و متقارن در آورده‌ایم، پس از باردار کردن این حلقه بار الکتریکی  $+10 \mu\text{C}$  به صورت بارهای الکتریکی بسیار کوچک  $+q$  و به‌طور یکنواخت و متقارن روی این حلقه توزیع می‌شود. پس میدان‌های الکتریکی حاصل از این بارهای الکتریکی  $q$  نیز در مرکز دایره به صورت متقارن و در خلاف جهت یک‌دیگر قرار گرفته‌اند و چون اندازه‌ی همه‌ی آن‌ها با هم برابر و مساوی  $E = \frac{kq}{R^2}$  است، برآیند هر دو میدان قرار گرفته در یک راستا صفر بوده و برآیند کل میدان‌های الکتریکی نیز صفر خواهد بود.

(C) ۱۳۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به صورت مسأله، میدان هر بار در نقطه‌ی O مرکز دایره، برابر  $\frac{5 \times 10^{-4}}{C} \text{ N/C}$  است.

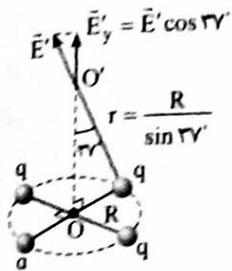
$$E = k \frac{q}{R^2} = 5 \times 10^{-4} \frac{N}{C}$$

فاصله‌ی هر بار از نقطه‌ی O' برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\sin 37^\circ} = \frac{10R}{6} = \frac{5}{3}R$$

میدان هر بار در نقطه‌ی O' برابر است با:

$$E' = k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{\left(\frac{5}{3}R\right)^2} = \frac{9}{25} \left(k \frac{q}{R^2}\right) = \frac{9}{25} \times 5 \times 10^{-4} = 1.8 \times 10^{-4} \frac{N}{C}$$

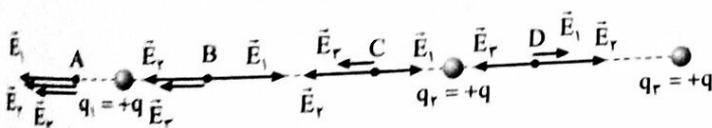


مؤلفه‌های افقی هر دو بار روبه‌روی هم، یک‌دیگر را خنثی کرده و تنها مؤلفه‌ی قائم چهار بار الکتریکی باقی می‌ماند.

$$E_T = 4E'_y = 4E' \cos 37^\circ = 4 \times 1.8 \times 10^{-4} \times 0.8 = 5.76 \times 10^{-4} \frac{N}{C}$$

که متأسفانه جواب درست در گزینه‌ها نیست.

(A) ۱۳۳- گزینه‌ی ۲ اگر فرض کنیم که این بارهای الکتریکی مثبت هستند، می‌توانیم جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از آن‌ها را در نقاط A، B، C و D مطابق شکل زیر نشان دهیم:



با توجه به میدان‌های الکتریکی رسم شده در نقطه‌ی A سه میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  هم‌جهت بوده، بنابراین برآیندشان هرگز صفر نخواهد شد.

در نقطه‌ی B، اندازه‌ی میدان  $\vec{E}_1$  بزرگ‌تر از اندازه‌ی میدان‌های  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  بوده و چون  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  هم‌جهت بوده و در مجموع در خلاف جهت  $\vec{E}_1$  هستند، احتمال این که میدان الکتریکی برآیند در این نقطه صفر شود، وجود دارد. در نقطه‌ی C، اندازه‌ی میدان  $\vec{E}_2$  بزرگ‌تر از اندازه‌ی میدان  $\vec{E}_1$  بوده و با توجه به هم‌جهت بودن  $\vec{E}_2$  با  $\vec{E}_3$  هرگز برآیند این میدان‌ها نمی‌تواند صفر شود. در نقطه‌ی D، اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_2$  بزرگ‌تر از اندازه‌ی میدان الکتریکی  $\vec{E}_3$  بوده و با توجه به هم‌جهت بودن  $\vec{E}_1$  با  $\vec{E}_4$ ، هرگز برآیند این میدان‌ها نمی‌تواند صفر شود.

(A) ۱۳۴- گزینه‌ی ۴ خط‌های میدان الکتریکی در هر نقطه، هم‌جهت با میدان الکتریکی آن نقطه از فضا رسم می‌شوند و طبق قرارداد و تعریف، جهت میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت واقع در آن نقطه است.

(A) ۱۳۵- گزینه‌ی ۲ با توجه به این که خطوط میدان الکتریکی هرگز یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند، از هر نقطه‌ی اطراف یک جسم ساکن باردار، که در فضای اطراف خود میدان الکتریکی ثابت تولید می‌کند، فقط باید یک خط میدان الکتریکی عبور کند. بردار میدان الکتریکی در آن نقطه، بر این خط مماس است.

**۱۳۶- گزینه‌ی ۴** در نقطه‌ی M نه بار الکتریکی مثبت و نه بار الکتریکی منفی وجود دارد. زیرا جهت تعدادی از خطوط میدان الکتریکی به طرف داخل نقطه‌ی M و جهت تعدادی دیگر از خطوط میدان الکتریکی به طرف خارج نقطه‌ی M است. از سوی دیگر اگر قرار باشد در نقطه‌ی M بار الکتریکی وجود نداشته باشد، نباید خطوط میدان الکتریکی یک‌دیگر را قطع کرده باشند و در نتیجه چنین شکلی برای خطوط میدان الکتریکی، امکان‌پذیر نیست.

**۱۳۷- گزینه‌ی ۴** ساختار کمی و جهت میدان الکتریکی در یک فضا ممکن است به گونه‌ای باشد که با جابه‌جایی در امتداد خطوط میدان الکتریکی مطابق شکل‌های زیر تراکم خطوط میدان الکتریکی کاهش یا افزایش یافته و یا تغییر نکند.

در شکل روبه‌رو با حرکت به سمت راست و در جهت میدان الکتریکی تراکم خطوط میدان الکتریکی کاهش یافته و در نتیجه بزرگی میدان الکتریکی نیز کاهش می‌یابد.

در شکل روبه‌رو با حرکت به سمت راست و در جهت میدان الکتریکی، تراکم خطوط میدان الکتریکی افزایش یافته و در نتیجه بزرگی میدان الکتریکی نیز افزایش می‌یابد.

در شکل روبه‌رو با حرکت به سمت راست و در جهت میدان الکتریکی تراکم خطوط میدان الکتریکی تغییری نکرده و در نتیجه بزرگی میدان الکتریکی نیز ثابت می‌ماند.

**۱۳۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل رسم شده برای خطوط میدان الکتریکی، می‌بینیم که در نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B خطوط میدان الکتریکی به هم نزدیک‌تر و متراکم‌تر هستند. پس میدان الکتریکی در نقطه‌ی A بزرگ‌تر از میدان الکتریکی در نقطه‌ی B است. با توجه به رابطه‌ی  $F = |q|E$  نتیجه می‌گیریم که با قرار دادن بار الکتریکی یکسان q در نقاط A و B، در نقطه‌ای که میدان الکتریکی قوی‌تر است، اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر بار q نیز بزرگ‌تر است. پس بر بار الکتریکی q در نقطه‌ی A نیروی الکتریکی بزرگ‌تری نسبت به نقطه‌ی B وارد می‌شود.

$E_A > E_B \Rightarrow F_A > F_B$

توجه کنید که در رسم خطوط میدان الکتریکی لزومی ندارد که تمام خط‌های میدان رسم شوند و حتماً از هر نقطه مانند A خط میدان الکتریکی عبور کند.

**۱۳۹- گزینه‌ی ۲** در شکل رسم شده برای خطوط میدان الکتریکی، تراکم خطوط میدان در نقطه‌ی A بیش‌ترین و در نقطه‌ی B کم‌ترین مقدار را دارد. پس اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه‌ی A از سایر نقاط بزرگ‌تر و در نقطه‌ی B از سایر نقاط کوچک‌تر است و داریم  $E_B < E_C < E_A$ . با توجه به رابطه‌ی  $F = |q|E$  داریم:  $F_B < F_C < F_A$

**۱۴۰- گزینه‌ی ۱** اگر بخواهیم بار +q در امتداد خطی از خطوط میدان الکتریکی حرکت کند، باید این خط میدان الکتریکی مستقیم باشد و بار +q را روی این خط قرار دهیم و رها کنیم تا بدون سرعت اولیه در مسیری مستقیم حرکت کند. توجه کنید که هیچ لزومی ندارد که راستای سرعت (حرکت) و راستای شتاب (نیرو) در طی حرکت بر هم منطبق باشند و اگر بخواهیم این راستاها بر هم منطبق شوند تا حرکت مستقیم‌الخط شود، باید جهت نیرو ثابت و هم‌جهت با سرعت اولیه‌ی جسم باقی بماند.

**۱۴۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل سؤال، چون جهت خطوط میدان الکتریکی برای هر دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  به طرف بیرون و خارج بار الکتریکی رسم شده، هر دو بار الکتریکی از نوع مثبت‌اند و با توجه به این که تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار  $q_2$  بیش‌تر از تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار  $q_1$  است، نتیجه می‌گیریم که  $q_2$  بزرگ‌تر از  $q_1$  است. یعنی:  $|q_2| > |q_1|$

**۱۴۲- گزینه‌ی ۲** چون جهت خطوط میدان الکتریکی در شکل رسم شده، برای بارهای  $q_1$  و  $q_2$  به سمت درون بارهای الکتریکی نشان داده شده است به این نتیجه می‌رسیم که بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  هر دو از نوع منفی می‌باشند. از طرف دیگر تراکم خطوط میدان الکتریکی  $q_1$  در مقایسه با تراکم خطوط میدان اطراف بار الکتریکی  $q_2$ ، کم‌تر و انحنای خطوط میدان الکتریکی بار  $q_1$  در مقایسه با انحنای خطوط میدان الکتریکی بار  $q_2$  بیش‌تر است. که از این امر می‌توان نتیجه گرفت که اندازه‌ی بار الکتریکی  $q_2$  از اندازه‌ی بار الکتریکی  $q_1$  بیش‌تر است.

**۱۴۳- گزینه ۴** خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند. چون بار الکتریکی منفی موجود روی سطح صفحه‌ی رسانا به تعادل الکترواستاتیکی رسیده، باید خطوط میدان الکتریکی بر سطح این صفحه‌ی رسانا عمود باشند که فقط در شکل گزینه‌ی (۴) این رسم شکل دیده می‌شود.

**۱۴۴- گزینه ۴** در گزینه‌ی (۱) برای بار الکتریکی  $-2q$  که دارای اندازه‌ی بزرگ‌تری نسبت به بار  $q$  است، باید خطوط میدان الکتریکی بیش‌تری رسم شود که این نکته رعایت نشده است.

در گزینه‌ی (۲) تعداد خطوط میدان الکتریکی رسم شده برای بارهای الکتریکی  $2q$  و  $-q$  یکسان است که خلاف قوی‌تر بودن میدان الکتریکی بار  $2q$  است و از سوی دیگر تعدادی از خطوط میدان الکتریکی بار  $-q$  به سمت خارج بار الکتریکی رسم شده است.

در گزینه‌ی (۳) بار الکتریکی از نوع منفی بوده و باید خطوط میدان الکتریکی آن به سمت داخل بار الکتریکی رسم شوند، در حالی که این خطوط به سمت خارج بار الکتریکی رسم شده‌اند.

در گزینه‌ی (۴) خطوط میدان الکتریکی عمود بر سطح صفحه‌ی رسانای دارای بار مثبت و به سمت خارج رسم شده‌اند که از طرف دیگر به سمت داخل بار  $-q$  می‌باشند.

**۱۴۵- گزینه ۱** توصیف انجام شده از مجموعه‌ی دو صفحه‌ی موازی رسانا که دارای بارهای الکتریکی هم‌اندازه و ناهمنام می‌باشند، وسیله‌ای را نشان می‌دهد که میدان الکتریکی در فضای بین صفحه‌های آن یکنواخت است. پس انتظار داریم که اندازه‌ی میدان الکتریکی در تمام نقاط این فضا و دور از لبه‌های صفحه‌ها، یکسان باشد.

**۱۴۶- گزینه ۲** در فضای بی‌سن صفحه‌ها میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد می‌شود. در میدان الکتریکی یکنواخت بر بار الکتریکی مشخص  $q$  نیروی الکتریکی ثابتی وارد می‌شود. یعنی اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار  $q$  در تمام نقاط این میدان یکسان است.

**۱۴۷- گزینه ۲** ابتدا با استفاده از رابطه‌ی  $F = |q| \cdot |E|$  اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر این ذره‌ی باردار توسط میدان الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه‌ی شتاب ایجاد شده را تعیین کرده و بر شتاب گرانش زمین  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$  تقسیم می‌کنیم:

$$F = ma \Rightarrow 8 \times 10^{-2} = (4 \times 10^{-3}) \times a \Rightarrow a = \frac{8 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} = 20 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{20}{10} = 2$$

**۱۴۸- گزینه ۲** می‌دانیم که بار الکتریکی الکترون، پروتون و ذره‌ی آلفا به ترتیب  $-e$ ،  $+e$  و  $+2e$  است. از سوی دیگر جرم ذره‌ی آلفا، چهار برابر جرم پروتون و جرم پروتون تقریباً ۲۰۰۰ برابر جرم الکترون است.

$$\begin{cases} F_e = eE \\ F_p = eE \\ F_\alpha = 2eE \end{cases} \xrightarrow{a = \frac{F}{m}} \begin{cases} a_e = \frac{eE}{m_e} \\ a_p = \frac{eE}{2000 m_e} \\ a_\alpha = \frac{2eE}{4000 m_e} \end{cases} \Rightarrow a_e > a_p > a_\alpha$$

**۱۴۹- گزینه ۲** اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد از سوی میدان الکتریکی به این ذره‌ی باردار با نیروی وزن هم‌اندازه می‌باشد. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$F = mg \Rightarrow F = (2 \times 10^{-3}) \times 10 = 2 \times 10^{-2} N$$

$$F = |q|E \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = |q| \times 2500 \Rightarrow |q| = \frac{2 \times 10^{-2}}{2500} = 8 \times 10^{-6} C = 8 \mu C$$

**۱۵۰- گزینه ۲** در فضای بین این دو صفحه‌ی باردار، جهت میدان الکتریکی یکنواخت به سمت بالا می‌باشد. پس بر بار الکتریکی  $q = +0.2 \mu C$  در این میدان نیروی الکتریکی به سمت بالا وارد می‌شود.

اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر این ذره برابر است با:

$$F = |q|E \Rightarrow F = (0.2 \times 10^{-6}) \times (7 \times 10^6) = 0.14 N$$

نیروی دیگری که به این ذره وارد می‌شود، وزن آن و برابر  $mg = (4 \times 10^{-3}) \times 10 = 4 \times 10^{-2} N$  است. پس برآیند نیروهای وارد بر این ذره برابر خواهد شد با:

$$\sum F = F - mg \Rightarrow \sum F = 0.14 - 0.04 = 0.1 N$$

به سمت بالا. توجه کنید که سرعت اولیه‌ی  $2 \frac{m}{s}$  در تعیین برآیند نیروهای وارد بر این ذره

هیچ کاربردی ندارد.

